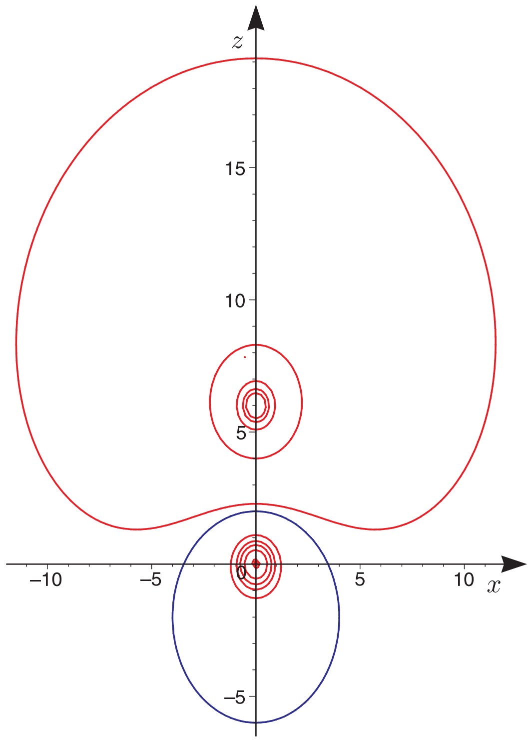
Äquipotentiallinien

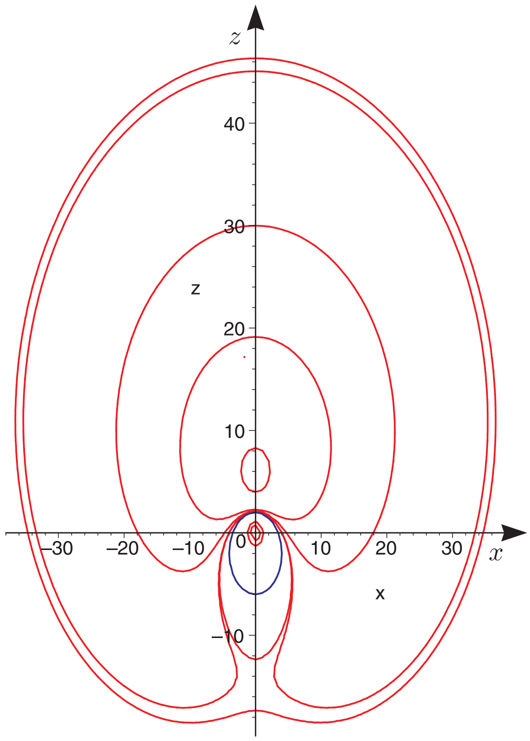
Wir betrachten das Potential aus Aufgabe 3a.) (Blatt 5) für eine Kugel mit Radius $R = 4$ und Mittelpunkt $(0, 0, -2)$. Dann ist $l_1 = 2$ und nach $R^2 = l_1 l_2$ gilt $l_2 = 8$. (Die reale Ladung befindet sich also bei $(0, 0, 6)$ und die Spiegelladung im Ursprung.) Weiterhin babe die reale Ladung den Wert 2 und die Spiegelladung somit nach $q_1 = qR/l_2$ den Wert -1. (Um Einheiten wollen wir uns nicht kümmern.)

$$\phi(x, z) = -\frac{1}{\sqrt{x^2 + z^2}} + \frac{2}{\sqrt{x^2 + (z-6)^2}} = C$$

Wir zeichnen mit `Maple` die Äquipotentialinien, also Linien, auf denen das Potential konstant ist:



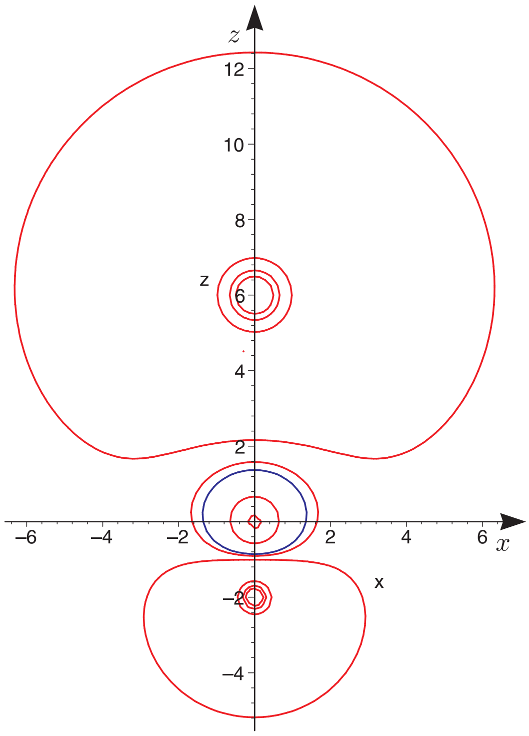
Die blaue Äquipotentialinie ist die, auf der das Potential verschwindet, also $C = 0$ ist. Dabei handelt es sich genau um die Kugel (hier in der Ebene den Kreis) mit Mittelpunkt $(0, 0, -2)$ und Radius 4. Betrachten wir einen größeren Ausschnitt:



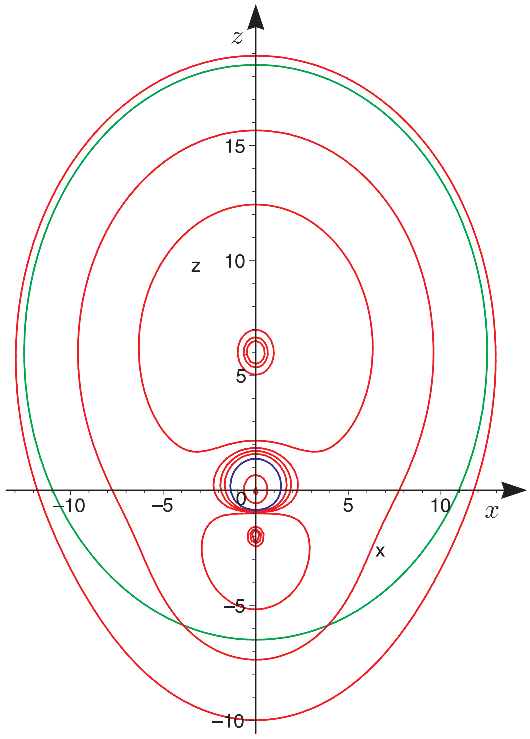
Für den Aufgabenteil b.) ist das Potential gegeben durch:

$$\phi(x,z) = -\frac{1}{\sqrt{x^2+z^2}} + \frac{2}{\sqrt{x^2+(z-6)^2}} + \frac{1}{\sqrt{x^2+(z+2)^2}} = C$$

Wir haben also im Mittelpunkt $(0,0,-2)$ der Kugel eine zusätzliche Spiegelladung platziert, damit die Kugel neutral bleibt. Dann sehen die Äquipotentiallinien folgendermaßen aus:



Die blaue Äquipotentiallinie ist wieder die mit $C = 0$. Sie stimmt hier jedoch nicht mit der Kugeloberfläche überein, da die Kugel nicht geerdet ist. Auf der Kugeloberfläche ist das Potential konstant, aber ungleich Null. Auch hier wollen wir uns einen größeren Ausschnitt anschauen:



Die grüne Linie ist eine Äquipotentiallinie, wenn man nur die reale Punktladung berücksichtigt. Wir erkennen, dass für große Abstände das gesamte Potential in ein solches übergeht, bei der nur diese eine Punktladung vorhanden ist. Die Änderung des Potentials durch das Vorhandensein der Kugel spielt weit ab von allen Ladungen fast keine Rolle mehr.