

# MITSCHRIFT ZUR VORLESUNG: GALAKTISCHE UND EXTRAGALAKTISCHE KOSMISCHE STRAHLUNG

Dr. Engel

Vorlesung Wintersemester 2009/2010

Letzte Aktualisierung und Verbesserung: 14. Februar 2010

Mitschrift der Vorlesung GALAKTISCHE UND EXTRAGALAKTISCHE KOSMISCHE STRAHLUNG  
von Herrn Dr. ENGEL im Wintersemester 2009/2010  
von MARCO SCHRECK.

Dieser Mitschrift erhebt keinen Anspruch auf Vollständigkeit und Korrektheit.  
Kommentare, Fehler und Vorschläge und konstruktive Kritik bitte an [Marco.Schreck@gmx.de](mailto:Marco.Schreck@gmx.de).



# Inhaltsverzeichnis

<b>1</b>	<b>Einführung</b>	<b>5</b>
1.1	Kosmische Strahlung . . . . .	5
1.2	Wiederholung der Einheiten . . . . .	5
1.3	Wiederholung der relativistischen Dynamik . . . . .	5
1.3.1	Energie und Impuls . . . . .	5
1.3.2	Zeitdilataion . . . . .	6
1.3.3	Mandelstam-Variablen . . . . .	6
1.3.4	Der Wirkungsquerschnitt . . . . .	6
<b>2</b>	<b>Die Wechselwirkung von Teilchen</b>	<b>9</b>
2.1	Geladene Teilchen . . . . .	9
2.1.1	Ionisation . . . . .	9
2.1.2	Coulombstreuung . . . . .	9
2.2	Neutrale Teilchen (Photonen) . . . . .	11
2.2.1	Compton-Streuung . . . . .	11
2.2.2	Paarerzeugung . . . . .	11
2.2.3	Hadronerzeugung . . . . .	11
2.3	Die Wechselwirkung von Protonen mit Molekülen der Luft . . . . .	14
<b>3</b>	<b>Das Knie in der kosmischen Strahlung</b>	<b>15</b>
3.1	Propagation als Ursache für das Knie . . . . .	15
3.2	Teilchenphysikalische Ursache für das Knie . . . . .	15
3.3	Der Knöchel in der kosmischen Strahlung . . . . .	16
<b>4</b>	<b>Ausgedehnte Luftschauer</b>	<b>17</b>
4.1	Der experimentelle Nachweis von Teilchenschauern . . . . .	17
4.2	Modell für einen elektromagnetischen Schauer . . . . .	17
4.3	Modell für einen hadronischen Schauer . . . . .	17
4.4	Das Superpositionsmodell . . . . .	18
4.5	Untersuchung von Teilchenschauern mit Fluoreszenzteleskopen . . . . .	18
4.6	Das Pierre-Auger-Observatorium . . . . .	19
4.6.1	Die Auswertung von Daten . . . . .	19
4.7	Experimenteller Nachweis von Schauern mittels Emulsionskammern . . . . .	20
<b>5</b>	<b>Ungewöhnliche astrophysikalische Ereignisse</b>	<b>21</b>
5.1	Centauro-Ereignisse . . . . .	21
5.1.1	Die Erklärung von Centauro-Ereignissen . . . . .	21
5.2	Ereignisse mit linearen Strukturen . . . . .	22
5.3	Magnetische Monopole . . . . .	22
5.4	Extra Dimensionen . . . . .	22
5.5	Mikroskopische schwarze Löcher . . . . .	23
<b>6</b>	<b>Ausbreitung der kosmischen Strahlung in der Galaxie</b>	<b>25</b>
6.1	Eigenschaften der kosmischen Strahlung . . . . .	25
6.2	Die Transportgleichung: Übersicht . . . . .	26
6.3	Herleitung der Transportgleichung . . . . .	26
6.3.1	Diffusion im Magnetfeld . . . . .	26
6.3.2	Kontinuierliche Energieverluste . . . . .	27
6.3.3	Wechselwirkung und Zerfall . . . . .	27

6.3.4	Erzeugung durch Sekundärteilchen . . . . .	28
6.4	Lösung der Transportgleichung für eine einzelne Punktquelle . . . . .	28
6.5	Lösung für unendliches, homogenes Gebiet . . . . .	28
6.6	Vereinfachung: Leaky-Box-Modell . . . . .	29
6.6.1	Mathematische Formulierung des Modells . . . . .	29
6.6.2	Stationäre Lösung und Entweichwahrscheinlichkeit . . . . .	29
6.6.3	Erzeugung seltener Kerne (Sekundärteilchen) . . . . .	30
6.6.4	Erwartete durchlaufene Materiesäule . . . . .	30
6.6.5	Mittlere Lebensdauer der kosmischen Strahlung . . . . .	30
6.7	Anisotropie in der kosmischen Strahlung . . . . .	30
6.7.1	Abweichungen von der Massenzusammensetzung der kosmischen Strahlung . . . . .	31
6.8	Beschleunigung der kosmischen Strahlung . . . . .	31
<b>7</b>	<b>Extragalaktische kosmische Strahlung</b>	<b>33</b>
7.1	Der GZK-Cutoff . . . . .	33
7.2	Bethe-Heitler-Paarerzeugung . . . . .	33
7.3	Entweichwahrscheinlichkeit . . . . .	34
7.4	Das Energiespektrum der beschleunigten Teilchen . . . . .	35
7.4.1	Die Energiedichte der kosmischen Strahlung . . . . .	36
7.4.2	Die erforderliche Leistung der Quellen . . . . .	36

# Kapitel 1

## Einführung

### 1.1 Kosmische Strahlung

Kosmische Strahlung besteht aus Ionen ( $\text{H}^+$ ,  $\text{Fe}^{26+}$  usw. Weiterhin setzt sie sich aus  $\gamma$ -Strahlen und Neutrinos zusammen. Die Galaxie (Milchstraße) besitzt ein Magnetfeld, das eine Stärke von  $B \sim 3\mu\text{G}$  hat, wobei  $10^4 \text{ G} = 1 \text{ T}$ . Kosmische Strahlung mit einer Energie  $10^{15} \text{ eV} < E \simeq 10^{18} \text{ eV}$  ist galaktischen Ursprungs, solche mit  $E > 10^{19} \text{ eV}$  extragalaktischen Ursprungs.

### 1.2 Wiederholung der Einheiten

i) Schrödingergleichung:

$$i\hbar \frac{\partial}{\partial t} \psi = \hat{H} \psi, \quad \hbar = 1,04 \cdot 10^{-34} \text{ Js}. \quad (1.1)$$

Wir wählen

$$i \frac{\partial}{\partial \hat{t}} \psi = \hat{H} \psi, \quad \hat{t} = \frac{t}{\hbar}. \quad (1.2)$$

ii) Einheit der Ladung:

$$W = U \cdot I \cdot t = U \cdot Q = U \cdot \tilde{Q} \cdot e, \quad I = \frac{Q}{t}. \quad (1.3)$$

iii) Wellengleichung:

$$\frac{1}{c^2} \frac{\partial^2 \mathbf{E}}{\partial t^2} + \frac{\partial^2 \mathbf{E}}{\partial x^2} = 0 \Rightarrow \frac{\partial^2 \mathbf{E}}{\partial \hat{t}^2} + \hbar^2 c^2 \frac{\partial^2 \mathbf{E}}{\partial x^2} = 0. \quad (1.4)$$

Man führt deshalb  $\tilde{x} = x/(\hbar c) = [\text{m}/(\text{Js} \cdot \frac{\text{m}}{\text{s}})]$  ein.

### 1.3 Wiederholung der relativistischen Dynamik

#### 1.3.1 Energie und Impuls

Es gilt der relativistische Pythagoras  $m^2 c^4 = E^2 - \mathbf{p}^2 c^2$ , also  $m^2 = E^2 - \mathbf{p}^2$ . Ein Lorentzboost entlang der  $y$ -Richtung ist gegeben durch:

$$E' = \gamma E + \gamma \beta p_y, \quad p'_y = \gamma p_y + \gamma \beta E, \quad \gamma = \frac{1}{\sqrt{1 - \beta^2}}, \quad \beta = \frac{v}{c}. \quad (1.5)$$

Führt man einen Boost vom Ruhesystem eines Teilchens in ein System durch, in dem sich das Teilchen bewegt, dann gilt  $E = \gamma m$  und  $p = \gamma \beta E$ . Die kinetische Energie eines relativistischen Teilchens ist gegeben durch

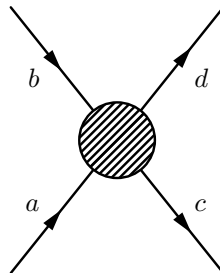
$$E_{\text{kin}} = E - m = \gamma m - m \xrightarrow{\beta \rightarrow 0} m \left( 1 + \frac{1}{2} \beta^2 - 1 \right) = \frac{m}{2} \beta^2. \quad (1.6)$$

### 1.3.2 Zeitdilatation

Die Zeit  $t$  gemessen im Laborsystem hängt mit der Zeit  $\tau$  gemessen im Ruhesystem über  $t = \gamma\tau$  zusammen.

- a) Anwendung für den Zerfall von Myonen in 10 km Höhe
- b) Es können bei uns Neutronen aus dem galaktischen Zentrum ankommen, das eine Entfernung von 8,5 kpc zu uns hat ( $1 \text{ pc} \simeq 3,2 \text{ ly}$ ).

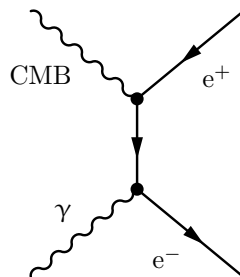
### 1.3.3 Mandelstam-Variablen



Man kann über  $p_a^\mu p_{a,\mu} = p_a^2 - \mathbf{p}_a^2 = m^2$  die folgenden lorentzinvarianten Größen einführen:

$$(p_a + p_b)^2 = s, \quad (p_a - p_b)^2 = t, \quad (p_a - p_d)^2 = u. \quad (1.7)$$

Betrachtet man beispielsweise ein Photon des kosmischen Mikrowellenhintergrundes (mit  $E_{\text{CMB}} \approx 10^{-6} \text{ eV}$ ). Ein Photon  $\gamma$  kann absorbiert werden, womit sich dann ein Elektron-Positron-Paar bildet:



Die Wahrscheinlichkeit dafür, dass dieser Prozess stattfindet, wird bei  $E_\gamma \approx 10^{15} \text{ eV}$  maximal. Es gibt also keine freien Photonen ab dieser Energie im Universum. Das Ganze lässt sich im Schwerpunktsystem ausrechnen; da gilt nämlich  $\mathbf{p}_{\text{CMB}} = -\mathbf{p}_\gamma$ ,  $\mathbf{p}_{e^+} = \mathbf{p}_{e^-} = \mathbf{0}$  und außerdem  $E = m_{e^-} + m_{e^+}$ . Mittels der ersten Mandelstamvariablen gilt

$$s = (p_{e^-} + p_{e^+})^2 = (E_{e^-} + E_{e^+})^2 - (\mathbf{p}_{e^-} + \mathbf{p}_{e^+})^2 = 4m_e^2. \quad (1.8)$$

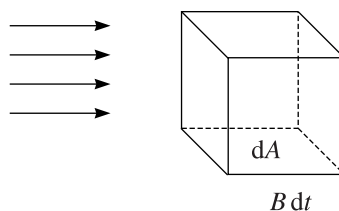
Berechnet man  $s$  nun auch im Laborsystem, kann man daraus  $E_\gamma \approx 10^{15} \text{ eV}$  berechnen.

### 1.3.4 Der Wirkungsquerschnitt

Dieser ist definiert als

$$\sigma = \frac{1}{\phi} \frac{dN_{\text{int}}}{dt}, \quad \phi = \frac{dN_{\text{beam}}}{dt dA}. \quad (1.9)$$

Man zählt also, wie viele Wechselwirkungen pro Zeiteinheit stattfinden. Dividiert wird das Ganze durch den Fluss  $\phi$ . Wegen  $[\phi] = 1/(\text{cm}^2 \cdot \text{s})$  hat  $\sigma$  die Einheit  $\text{cm}^2$ . Man rechnet also die Fläche des Teilchens aus, die man sieht, wenn punktförmige Teilchen draufgeschossen werden. Weil typische Wirkungsquerschnitte sehr klein sind, gibt man diese in der Einheit 1 barn =  $10^{-28} \text{ m}^2 = 10^{-24} \text{ cm}^2$  an.



$$\frac{dN_{\text{int}}}{dt} = \sigma \cdot \phi, \quad (1.10)$$

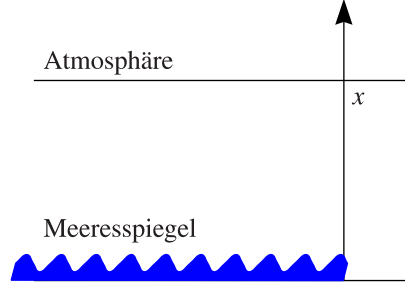
mit der Zahlendichte  $\varrho_{\#}$  [1/cm<sup>3</sup>], der Zahl der Teilchen pro Volumen.

$$\frac{dN_{\text{int}}}{dt dV} = \sigma \cdot \varrho_{\#} \cdot \phi. \quad (1.11)$$

Die Zahl der Teilchen, die im Strahl übrig bleiben ist:

$$\frac{dN_{\text{beam}}}{\beta dt dAdt} = -\sigma \varrho_{\#} \phi, \quad \frac{d\phi}{\beta dt} = -\sigma \varrho_{\#} \phi \Rightarrow \boxed{\frac{d\phi}{dx} = -\sigma \varrho_{\#} \phi, \quad \frac{d\phi}{dx} = -\frac{\phi}{\lambda_{\text{int}}}, \quad \lambda_{\text{int}} = \frac{1}{\sigma \varrho_{\#}}}. \quad (1.12)$$

Wir definieren die (ortsabhängige) variable Dichte durch  $dX = \varrho(x) dx$ .



Für unsere Atmosphäre gilt:

$$X_v = \int_0^{\infty} \varrho(x) dx = 1030 \frac{\text{g}}{\text{cm}^2}. \quad (1.13)$$

Mittels der Gleichung

$$\frac{d\phi}{dx} = -\sigma \varrho_{\#} \cdot \phi, \quad (1.14)$$

kommt man auf

$$\frac{d\phi}{dX} = -\frac{\sigma \cdot \varrho_{\#}(x)}{\varrho(x)} \cdot \phi = -\frac{\sigma}{\langle m \rangle} \cdot \phi, \quad (1.15)$$

mit der sogenannten mittleren Masse  $\langle m \rangle$ . Für Luft gilt  $\langle m \rangle \approx 14m_p$  und  $\sigma = 300 \text{ mb}$ ; es liegt keine Abhängigkeit von  $x$  mehr vor.

a) Vertikaler Einfall:

$$X(h) = \int_h^{\infty} \varrho(x) dx \simeq X_v \exp\left(-\frac{h}{h_0}\right), \quad h_0 \simeq 6,5 \text{ km}. \quad (1.16)$$

b) Schräger Einfall:

$$X_{\text{slant}} = \frac{X_v}{\cos \theta} \exp\left(-\frac{h}{h_0}\right). \quad (1.17)$$

Diese Beziehung gilt nicht mehr für große Winkel ( $\theta > 60^\circ$ ) aufgrund der Erdkrümmung.

Integration von (1.15) führt auf:

$$\phi(X) = \phi(0) \exp\left(-\frac{X}{\lambda_{\text{int}}}\right), \quad \lambda_{\text{int}} = \frac{\langle m \rangle}{\sigma}, \quad (1.18)$$

und beschreibt die exponentielle Abnahme beispielsweise des Protonflusses in der Atmosphäre. Mit  $\sigma_{p\text{-air}} = 300 \text{ mb}$  und  $\langle m \rangle_{\text{air}} = 14,45m_p = 24160 \text{ mb} \cdot \text{g/cm}^2$  folgt  $\lambda_{\text{int}}^{(p)} = 80 \text{ g/cm}^2$ , was 13 Wechselwirkungen entspricht. Mit  $\sigma_{\text{Fe-air}} = 2000 \text{ mb}$  folgt  $\lambda_{\text{int}}^{(\text{Fe})} \approx 16 \text{ g/cm}^2$ , was 85 Wechselwirkungen entspricht.





# Kapitel 2

## Die Wechselwirkung von Teilchen

### 2.1 Geladene Teilchen

#### 2.1.1 Ionisation

Diese wird von der Bethe-Bloch-Gleichung ziemlich gut beschrieben:

$$-\frac{dE}{dx} = \frac{DZ\rho z^2}{A\beta^2} \left[ \frac{1}{2} \ln \left( \frac{2m_p c^2 \beta^2 \gamma^2 \Delta T_{\max}}{I^2} \right) - \beta^2 - \frac{\delta}{2} - \frac{c}{z} \right], \quad (2.1)$$

mit den Lorentzfaktoren  $\beta$  und  $\gamma$ , der Ladung  $z$ , der Ladungszahl  $Z$  und der Massenzahl  $A$  des Materials.  $T_{\max}$  ist der maximale Energieübertrag, welcher zur Ionisation führt.  $I$  ist das Ionisationspotential. Man nennt  $\delta$  Dichtekorrektur (bei sehr hohen Dichten ist der Energieverlust nicht so groß wie man erwarten würde) und  $c$  Energiekorrektur.  $D$  ist eine Materialkonstante und ist gegeben durch  $0,307 \frac{\text{MeV}}{\frac{\text{g}}{\text{cm}^3}}$ . Für minimal ionisierende Teilchen gilt

$$\frac{dE}{dx} \approx -1,8 \frac{\text{MeV}}{\frac{\text{g}}{\text{cm}^2}}. \quad (2.2)$$

In der Atmosphäre gilt

$$X_v = 1030 \frac{\text{g}}{\text{cm}^2}, \quad \Delta E_\mu \approx 2 \text{ GeV}. \quad (2.3)$$

#### 2.1.2 Coulombstreuung

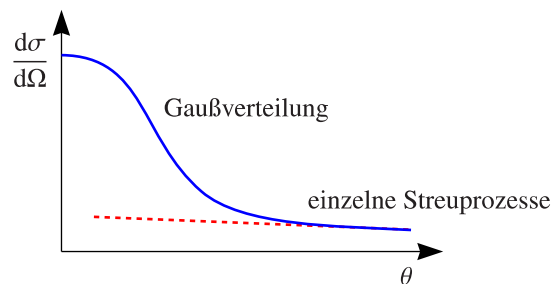
a) Rutherfordstreuung:

$$\frac{d\sigma}{d\Omega} = \frac{zZ r_e^2}{4} \frac{1}{\sin^4 \left( \frac{\theta}{2} \right)}. \quad (2.4)$$

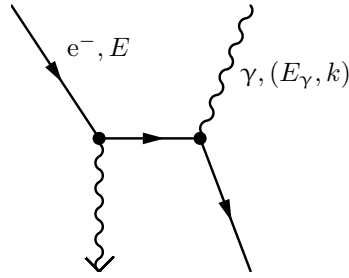
b) Mehrfachstreuung:

Jede einzelne elastische Streuung ergibt eine Winkeländerung, so dass eine Diffusion des Teilchens im zweidimensionalen Raum stattfindet:  $\langle \Delta\theta^2 \rangle = n \langle \Delta\theta_i^2 \rangle$  (für kleine Winkel).

- Endliche Materialschicht:



c) Bremsstrahlung:



$$\frac{d\sigma_{\text{BS}}}{dk} = \frac{4z(Z+1)}{k} \alpha r_e^2 \left[ \left( \frac{4}{3}(1-u) + u^2 \right) \ln(z^{-\frac{1}{3}}) + \frac{1}{9}(1-u) \right], \quad u = \frac{k}{E}, \quad r_e = \frac{e^2}{m_e c^2}. \quad (2.5)$$

Der Wirkungsquerschnitt besitzt für kleine  $k$  eine Singularität, wenn also ein Photon emittiert wird, das eine sehr kleine Energie hat. Dies bezeichnet man als Infrarotkatastrophe. Ein Elektron würde also unendlich viele Photonen mit verschwindender Energie emittieren. Oberhalb einer gegebenen Energieschwelle besitzt man nur eine endliche Anzahl von Photonen; man kann in einem Detektor ein Photon, das sich parallel zu einem Elektron bewegt nicht von einem Elektron unterscheiden.

- Dieser Messprozess gibt eine Schwelle vor, derart, dass man nur Photonen oberhalb einer bestimmten Energie  $E_\gamma > E_{\text{min}}$  beobachten.
- Der totale Energieverlust ist endlich!

$$\frac{dE}{dx} = \int_0^{E-m^2} \frac{N_A}{A} \frac{d\sigma_{\text{BS}}}{dk} \cdot k dk. \quad (2.6)$$

Der Ausdruck ist endlich und wächst linear mit  $E$ .

$$\frac{dE}{dX} = -\frac{E}{X_0}, \quad (2.7)$$

mit der Strahlungslänge

$$X_0 = \left\{ 4\alpha r_e^2 z(Z+1) \frac{N_A \rho}{A} \ln\left(\frac{278}{\sqrt{Z}}\right) \right\}^{-1}. \quad (2.8)$$

In Luft gilt  $X_0 \approx 37 \text{ g/cm}^2$ . (Auf Meeresniveau gilt  $x_0 = 280 \text{ m}$ .)

Kommen wir zur Definition der kritischen Energie:

$$\left. \frac{dE}{dX} \right|_{\text{ion}} = \left. \frac{dE}{dX} \right|_{\text{rad}}. \quad (2.9)$$

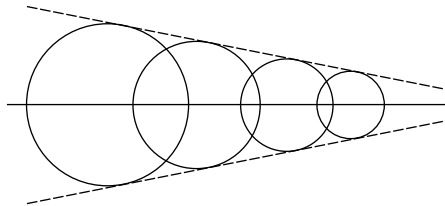
Gesucht ist die Energie, für welche diese Gleichung erfüllt ist. In Luft gilt dies für 87 MeV.

d) Cherenkov-Strahlung:

Damit ein Teilchen Cherenkov-Strahlung emittiert, muss  $v_g > c/n$  sein, wobei  $c/n$  die Lichtgeschwindigkeit im Medium ist. Es gibt eine Energieschwelle, oberhalb derer Cherenkov-Strahlung stattfindet:

$$E_{\text{Ch}} = \frac{m}{\sqrt{1 - \frac{1}{n^2}}}. \quad (2.10)$$

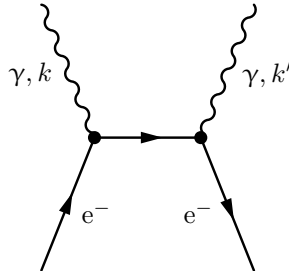
Speziell für Luft gilt  $E_{\text{Ch}}^{(\text{air})} = 21 \text{ MeV}$ . Es gibt noch ein weiteres Phänomen, das damit zu tun hat, wie die Cherenkov-Strahlung entsteht. Durch eine lokale Polarisierung entsteht eine Polarisationswelle, die sich in positiver Interferenz aufaddiert, sofern  $v > c/n$ .



Der Abstrahlwinkel ist  $\cos \theta_{\text{Ch}} = 1/(n\beta)$  und in Luft  $\theta_{\text{Ch}} \approx 1,4^\circ$ . Dieser Effekt ist der entscheidende, welcher die  $\gamma$ -Strahlen-Astronomie zulässt.

## 2.2 Neutrale Teilchen (Photonen)

### 2.2.1 Compton-Streuung



Hierbei gilt für ein Elektron in Ruhe

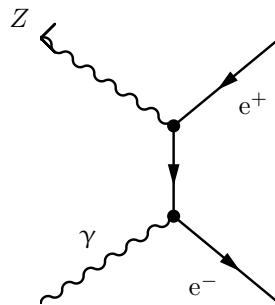
$$E'_\gamma = \frac{E_\gamma}{1 + \frac{E_\gamma}{m_e(1 - \cos\theta)}}. \quad (2.11)$$

Durch den Rückstoß verliert das Photon Energie. Der Wirkungsquerschnitt für Compton-Streuung ist

$$\sigma_C = \sigma_T \frac{3}{8q} \left( \ln(2q) + \frac{1}{2} \right), \quad q = \frac{E_\gamma}{mc^2}, \quad (2.12)$$

wobei  $\sigma_T$  der Thomson-Wirkungsquerschnitt ist:  $\sigma_T \approx 665$  mb. Der Wirkungsquerschnitt ist für hohe Energien des Photons nicht mehr relevant, da er mit  $1/q$  abfällt. (Andererseits gibt es auch den inversen Prozess, welcher vor allem in der Nähe von schwarzen Löchern wichtig ist. Dabei streut ein Elektron mit einem Photon, wobei dieses Energie gewinnt!) Für hohe Energien wird die Paarerzeugung wichtig!

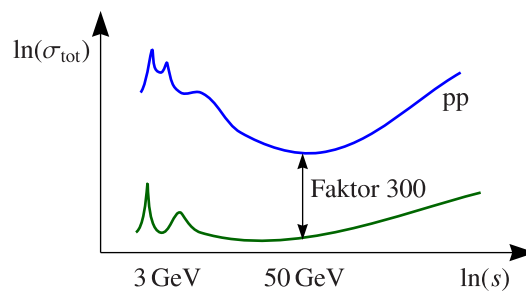
### 2.2.2 Paarerzeugung



$$\sigma_{\text{pair}} = 4Z^2 \alpha r_e^2 \left( \frac{\ln(191Z^{-\frac{1}{3}})}{9} - \frac{1}{54} \right). \quad (2.13)$$

Es fällt auf, dass dieser Wirkungsquerschnitt oberhalb der Schwelle  $E_{\text{thresh}} = 4m_e^2$  energieunabhängig ist. Beispielsweise ergibt sich für Kohlenstoff  $\sigma_{\text{pair}} = 350$  mb und für Luft gilt (in Strahlungslängen)  $X_{\text{pair}} = 9/7X_0$ . Die Prozesse der Paarerzeugung laufen also auf ähnlichen Längenskalen ab wie die anderen Prozesse, bei denen ein Elektron Energie verliert.

### 2.2.3 Hadronerzeugung



$$\sigma_{\gamma p} \approx \frac{1}{300} \sigma_{pp}. \quad (2.14)$$

Das Photon wird von Zeit zu Zeit Fluktuationen in ein Quark-Antiquark-Paar (beispielsweise  $u\bar{u}$ ,  $d\bar{d}$ ) haben. Es gibt ein gewisses Zeitfenster, in welchem sich ein Photon verhalten könnte wie ein hadronisches Objekt, das aus einem Quark-Antiquark-Paar besteht. Quantenzahlen verbieten die Entstehung eines  $\pi^0$ , aber nicht die Entstehung eines  $\rho$ -Zustandes

$$\rho \sim \frac{1}{\sqrt{2}}(u\bar{u} + d\bar{d}). \quad (2.15)$$

Das  $\rho$ -Teilchen ist ein hadronisches Spin-1-Teilchen, das wie ein Pion wechselwirkt. Das Zeitfenster dieser Fluktuation folgt aus der Heisenbergschen Unbestimmtheitsrelation

$$\begin{aligned} \Delta E \cdot \Delta t \approx 1 \Rightarrow \Delta t &= \frac{1}{\Delta E} = \frac{1}{E_\rho - E_\gamma} = \frac{1}{\sqrt{k^2 + m_\rho^2} - k} = \frac{1}{k \left( \sqrt{1 - \frac{m_\rho^2}{k^2}} - 1 \right)} = \\ &= \frac{1}{k \left( 1 - \frac{m_\rho^2}{2k^2} - 1 \right)} = \frac{k}{2m_\rho^2}. \end{aligned} \quad (2.16)$$

Die relevante Zeitskala ist die der hadronischen Wechselwirkung, also die Größe des Protons, welche bei 1 fm liegt:  $\Delta t_{\text{had}} = 5 \text{ GeV}^{-1}$ . Das ist die typische Zeit für eine Kollision, bei der neue Teilchen entstehen, die hadronischen Ursprungs sind. Für  $\Delta t \gg \Delta t_{\text{had}}$  existiert die Quantenfluktuation lange genug, so dass eine hadronische Streuung stattfindet. Das ist erfüllt für  $k > 3 \text{ GeV}$ .

Es gilt also

$$|\gamma\rangle = |\gamma_{\text{bare}}\rangle + \frac{1}{300}|v\rangle, \quad (2.17)$$

wobei  $|v\rangle$  ein Zustand ist, welches ein Vektormeson beschreibt. Störungstheorie ist hierbei nicht anwendbar, weil wir uns im Regime der starken Kopplung befinden. Wie groß der Wirkungsquerschnitt für pp-Streuung ist, lässt sich also störungstheoretisch nicht berechnen.

Den Resonanzbereich verstehen wir sehr gut anhand von Experimenten, in denen Resonanzen ausgemessen werden.

$$m_\Delta = 1320 \text{ MeV}, \quad m_p = 938 \text{ MeV}. \quad (2.18)$$

Ein Photon trifft auf ein Proton und erzeugt einen kurzlebigen Zustand mit höherer Masse. Das Photon könnte ein Quark im Proton anregen, wodurch dieses einen zusätzlichen Drehimpuls bekommt. Nach der Lebensdauer des Zustandes kommt es zum Verfall des selbigen. Resonanzen lassen sich mittels der Breit-Wigner-Resonanzformel beschreiben:

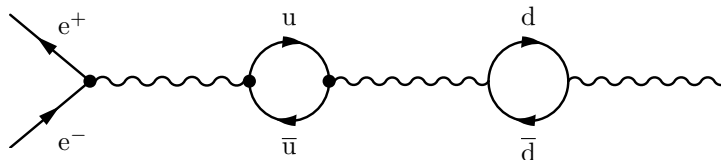
$$\sigma(E) = \frac{1}{2\pi} \frac{\Gamma^2}{(E - M)^2 + \frac{\Gamma^2}{4}}, \quad (2.19)$$

mit der Zerfallsbreite  $\Gamma$  und der Masse  $M$  der Resonanz. Diese Beschreibung der Resonanz in Form einer Lorentzkurve ist nichtrelativistisch und eine einfache Näherung, sofern ein Teilchen in Ruhe ist. Für die Zerfallsbreite existieren experimentelle Messungen. Die höchste Wechselwirkungsrate ist genau dann, wenn die invariante Masse von Proton und Photon bei der Masse der Resonanz liegt. Relativistisch gilt

$$\sigma(s, M) = \frac{s}{(s - m_p^2)^2} \frac{4\pi \log(2J + 1) s \Gamma^2}{(s - M^2)^2 + s \Gamma^2}. \quad (2.20)$$

Kann man eine Resonanz erzeugen, die in Photonen zerfällt, dann kennt man den Parameter  $\Gamma$  und ebenso den Drehimpuls  $J$ . Kennt man den Drehimpuls der Resonanz, weiß man auch, wie diese zerfällt. Man kennt dann die Winkelverteilung des Endzustandes. Je kleiner  $\Gamma$  ist, umso stabiler ist die Resonanz. Der Resonanzbereich ist näherungsweise eine Überlagerung von Breit-Wigner-Funktionen. Quantenmechanisch treten noch zusätzliche Interferenzterme auf. Resonanzen treten ab einer Schwelle auf, bei der die Energie ausreicht, um Teilchen zu erzeugen.

Bei hohen Energien müssen mehr Resonanzen summiert werden, deren Breite typischerweise zunimmt. Diese sind daher experimentell schwerer zu messen und man muss damit eine Kontinuumsnäherung machen. Man geht dann zu einem Quarkmodell über. Betrachten wir dazu als einfachstes Beispiel die Elektron-Positron-Annihilation:



Da das Photon selbst keine Farbladung trägt, muss aufgrund der Ladungserhaltung ein neutrales System, beispielsweise ein  $u\bar{u}$ -Paar, entstehen. Fliegen die Quarks auseinander, baut sich zwischen ihnen ein Farbfeld auf, analog zu einem elektromagnetischen Feld. Das Farbfeld besitzt jedoch dahingehend eine völlig andere Struktur, dass die Kraft nicht wie in der Elektrodynamik  $\sim 1/r^2$  abfällt, sondern  $\sim r$  ansteigt (asymptotische Freiheit). Die Quarks werden also durch das Farbfeld miteinander gebunden. Besitzen die Quarks eine hohe kinetische Energie, wird beim Auseinanderdriften des Paares immer mehr Energie in das Farbfeld gesteckt und zwar so lange, bis die Energiedichte des Farbfeldes so groß ist, dass aus dem Vakuum neue Quark-Antiquark-Paare materialisieren. (Quarks, die mit einem Farbfeld aneinander gebunden sind und noch kinetische Energie besitzen, bezeichnet man als String.) Dieser Prozess findet so lange statt, bis keine kinetische Energie mehr zur Verfügung steht. Am Schluss hat sich eine stabile Kette von stabilen Teilchen (Mesonen und Baryonen wie beispielsweise  $|\pi^+\rangle \sim |u\bar{d}\rangle$  und  $|n\rangle \sim |udd\rangle$ ) gebildet. Quantenfluktuationen von schweren Teilchen (Proton-Antiproton-Paare, Neutron-Antineutron-Paare) sind dabei unterdrückt, es entstehen also im Wesentlichen Pionen  $\pi^+$ ,  $\pi^0$ ,  $\pi^-$  und Kaonen  $K^+$ ,  $K^0$ ,  $\bar{K}^0$ ,  $K^-$ .

$$\frac{2n_s}{n_u + n_d} \simeq 0,3. \quad (2.21)$$

Wir wollen die Betrachtung auf Proton-Proton-Streuung übertragen. Ein großer Teil der Energie bleibt übrig und geht in das führende Teilchen (leading particle-Effekt kommt von Stringfragmentation und Zuschauer-effekt). Dieses besitzt dann etwa 50% der Energie des ursprünglichen Diquarks. Zuschauer-effekt: Wenn das Proton kommt, könnte sich zusätzlich ein virtuelles Quark-Antiquark-Paar im Proton befinden. Dann könnte das Gluon an das virtuelle Paar koppeln. Die Valenzquarks sind dann nicht direkt an der Streuung beteiligt und fliegen weiter.

$$x_f = \left( \frac{p_p}{p_{\max}} \right)_{\text{CMS}}, \quad (2.22)$$

im Schwerpunktsystem („Feynman-x“). Die Spitze bei etwa  $x_f \approx 1$  hat etwas mit einem neuen Effekt, der sogenannten quasielastischen Streuung zu tun. Die Verteilung ist ansonsten ziemlich flach, woraus folgt, dass die führenden Teilchen etwa 50% der ursprünglichen Streuenergie haben. Was ist mit den Teilchen, die „in der Mitte“ im Farbfeld (zentral) erzeugt werden? Die restlichen 50% wird in die Produktion dieser neuen Teilchen investiert. Diese Energie ist auf die einzelnen Teilchen so verteilt, dass diese nur etwa 10% der ursprünglichen Energie haben. Was ist die Verteilung dieser Teilchen? Trifft ein Proton mit hoher Energie auf ein ruhendes Proton, folgt mittels der Heisenbergschen Unbestimmtheitsrelation  $\Delta x \cdot \Delta p \lesssim 1$ . Damit ist  $\Delta p$  der eingeschlossenen Quarks etwa

$$\Delta p \approx \frac{1}{\Delta x} \approx \frac{1}{1 \text{ fm}} \approx \frac{1}{5 \text{ GeV}^{-1}} = 200 \text{ MeV}. \quad (2.23)$$

Das Ganze gilt, sofern  $\Delta x$  transversal zur Bewegungsrichtung gemessen wurde. Longitudinal zur Bewegungsrichtung findet eine Lorentzkontraktion des Protondurchmessers statt:

$$\Delta y = \frac{\Delta x}{\gamma} = \frac{m}{E} \Delta x. \quad (2.24)$$

Damit gilt dann

$$\Delta p \approx \frac{1}{\Delta y} \approx \frac{E}{m} \cdot 200 \text{ MeV} \approx \frac{E}{5}. \quad (2.25)$$

Die longitudinalen Impulse sind also um einiges größer als die transversalen Impulse. Neue Teilchen entstehen bevorzugt entlang der Bewegungsachse. Die Entstehung von Teilchen, die transversal zur eigentlichen Bewegungsrichtung wegfliegen, ist sehr selten.

Die Erzeugung eines  $\pi^+$  ist analog zur Erzeugung eines  $\pi^-$ , weil dieses ein Teilchen ist, das durch Fragmentation zentral erzeugt wird.

$$\frac{dN}{dp_{\perp}^2} \sim \exp\left(-\frac{p_{\perp}}{\langle p_{\perp} \rangle}\right), \quad \langle p_{\perp} \rangle \sim 250 \text{ GeV} - 300 \text{ GeV}. \quad (2.26)$$

Bei sehr hohen Energien können Jets mit großen Transversalimpulsen auftreten. Dies kommt unter anderem daher, dass Gluonen selbst miteinander wechselwirken. Für kosmische Strahlen sind diese jedoch irrelevant, sondern nur für Beschleuniger.

### 2.3 Die Wechselwirkung von Protonen mit Molekülen der Luft

Der Wirkungsquerschnitt für die Wechselwirkung eines Protons mit einem Molekül der Luft folgt direkt aus dem Wirkungsquerschnitt der Proton-Proton-Streuung zu

$$\sigma_{p\text{-air}} = \frac{A_{\text{air}}}{\langle n \rangle} \sigma_{p\text{-p}}, \quad (2.27)$$

wobei  $\langle n \rangle$  die mittlere Zahl der teilnehmenden Nukleonen und  $A_{\text{air}}$  die Massenzahl eines Moleküls der Luft ist. Wir stellen uns ein extrem deformierten Kern vor, bei dem alle Nukleonen hintereinander aufgereiht sind. Dann sieht das einlaufende Proton nur die transversale Fläche eines Nukleons und es ergibt sich  $\sigma_{p\text{-air}} = \sigma_{pp}$ . Betrachten wir statt dessen den entgegengesetzten Fall, also einen Kern, bei dem sich alle Nukleonen übereinander befinden, folgt  $\sigma_{p\text{-air}} = A_{\text{Luft}} \sigma_{pp}$ . Die obige Formel enthält also diese beiden Grenzfälle. Hinter der Beziehung steckt elementare Geometrie derart, dass ein einlaufendes Proton mit allen Nukleonen wechselwirkt, die auf seinem Pfad liegen. Für dieses Modell, das als **Glauber-Näherung** bezeichnet wird, gab es den Nobelpreis. Unter der Bedingung, dass diese Formel gilt, funktioniert das Superpositionsmodell; sie spiegelt die Erhaltung der Wahrscheinlichkeit (Unitarität) der Wechselwirkung wieder. Das Superpositionsmodell selbst ist eine gute Näherung für inklusive Observablen.

Vorhersagen über die erzeugte Anzahl der geladenen und neutralen Pionen bei der Wechselwirkung eines Protons mit Luftmolekülen sind modellabhängig. Beispiele solcher Modelle sind:

- 1) QGS-Jet-Modell
- 2) Sibyll

# Kapitel 3

## Das Knie in der kosmischen Strahlung

Es gibt viele Modelle, die ein langsames Abknicken des Spektrums der kosmischen Strahlung beschreiben, aber keines, das ein scharfes Knie erklären kann.

### 3.1 Propagation als Ursache für das Knie

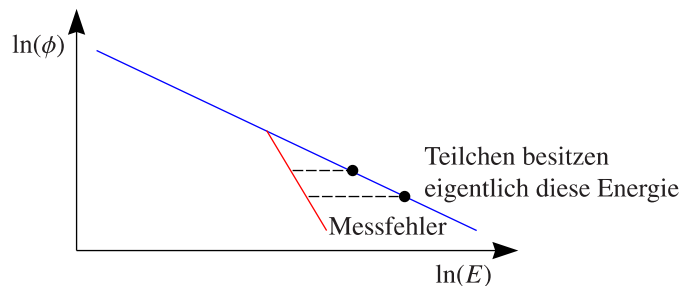
Wir betrachten die Bewegung eines geladenen Teilchens in einem Magnetfeld. Die Ablenkung des Teilchens wird von seiner Masse und Ladung abhängen. Dazu führt man die sogenannte Rigidität (magnetische Steifigkeit) ein in der Form

$$R = \frac{p}{eZ} [\text{GV}]. \quad (3.1)$$

Je größer  $R$  ist, umso besser kann ein geladenes Teilchen aus einem Magnetfeld entweichen. In einem homogenen Magnetfeld gilt für den Radius einer Kreisbahn

$$R_L \simeq 1 \text{ pc} \times \left( \frac{E}{10^{15} \text{ eV}} \right) \left( \frac{\mu\text{G}}{ZB} \right). \quad (3.2)$$

Bei allen Beschleunigungsprozessen fließt die magnetische Steifigkeit in derselben Art und Weise ein. Für die Quellen erwartet man ein  $R$ -abhängiges Verhalten („Peters Cycle“). Geladene Teilchen bewegen sich durch die Galaxis gleich einer Diffusion; hierbei gilt  $\Delta x^2 \sim D \cdot \Delta t$ , wobei  $D$  energieabhängig ist. Ein Teilchen mit sehr hoher Energie wird von der Quelle einfach wegfliegen. Ein Teilchen mit niedriger Energie verlässt die Galaxis nach einigen Spiralbahnen. Ab einer gewissen Energie entweichen Teilchen also schneller. Das Knie könnte dadurch entstehen, dass eine qualitative Änderung entsteht in der Propagation und Teilchen schneller entweichen. Auf diese Weise müsste eine Anisotropie in der Ankunftsrichtung entstehen. Derzeit sieht es jedoch so aus, dass es keine Anisotropie gibt mit Ausnahme bei hoher Energie.

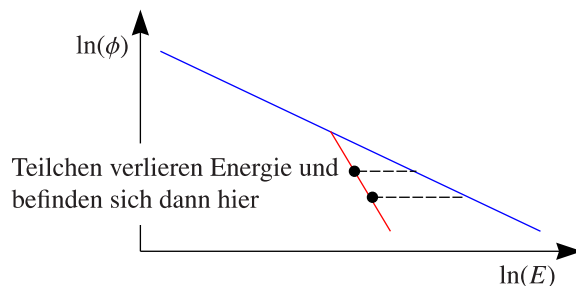


Supernova-Überreste weisen sehr starke Magnetfelder auf, beispielsweise von der Größenordnung  $300 \mu\text{G}$ . Das Magnetfeld in der Galaxis ist nur unzureichend bekannt. Es gilt  $B = 3 \mu\text{G} = 30 \text{ nT}$  in der Nähe des Sonnensystems.

### 3.2 Teilchenphysikalische Ursache für das Knie

Eine Erklärung des Knies aus dem Bereich der Teilchenphysik ist, dass die Energie in einen „unsichtbaren Kanal“ übertragen wird. Für einen Prozess, bei dem ein Proton auf ein Nukleon trifft, können Teilchen mit hoher Energie entstehen, die jedoch schlecht nachweisbar sind, beispielsweise Myonen. Ein ähnlicher Prozess findet statt, wenn ein durch die Galaxis propagierendes Proton mit einem Photon wechselwirkt. Dann bricht

das Proton auf und verliert Energie. Energie könnte dann zum Beispiel in die Entstehung eines Gravitons fließen. Aus diesem Energieverlust entsteht das Abknicken im Fluss der kosmischen Strahlung.



### 3.3 Der Knöchel in der kosmischen Strahlung

Nach dem (zweiten) Knie im Spektrum der kosmischen Strahlung tritt ein sogenannter Knöchel (ankle) auf. Diesen Messpunkten kann man sehr gut vertrauen. Qualitativ handelt es sich dabei um ein ganz anderes Verhalten, nämlich die Überlagerung zweier Arten von Quellen: galaktische und extragalaktische. Beide Flüsse genügen Potenzgesetzen, jedoch mit unterschiedliche Steigung, wonach bei hohen Energien der Fluss der galaktischen Quellen stark abgefallen ist und der extragalaktische Fluss sichtbar wird.



# Kapitel 4

## Ausgedehnte Luftschauber

### 4.1 Der experimentelle Nachweis von Teilchenschauern

Teleskope können die longitudinale Verteilung von Schauern oder das Cherenkovlicht ( $\theta_c \leq 1,4^\circ$  und  $E_{\text{th}} \sim 21$  MeV auf Meeresebene) nachweisen. Ein solcher Luftschauberdetektor ist beispielsweise KATHRIN (KArlsruhe Shower Core and Array DETector) im Campus Nord des Karlsruhe Institute of Technology. Die Lateralverteilung eines Schaubers (Anzahl der Teilchen pro Fläche) lässt sich durch die Nishimura-Kamata-Greisen-Funktion

$$\varrho(r) = N_e \cdot c(s) \cdot \left(\frac{r}{r_0}\right)^{s-\alpha} \left(1 + \frac{r}{r_0}\right)^{s-\beta}, \quad (4.1)$$

beschreiben, wobei  $\alpha = 2$ ,  $\beta = 4, 5$  und  $s \sim 0, 7 \dots 1, 4$  Parameter sind. Die physikalischen Fluktuationen eines Schaubers hängen sowohl vom Luftschauber selbst als auch vom Detektor ab.

Weil die Teilchen nicht alle parallel zur Achse fliegen, ergibt sich ein viel größerer Bereich, in dem die Cherenkovstrahlung gemessen werden kann. Dann wird der Cherenkovlichtkegel bestimmt durch den Öffnungswinkel des gesamten Schaubers:

$$\frac{dN_{e^\pm}}{d\Omega} \sim \exp\left(-\frac{\theta}{\theta_c}\right), \quad \theta_c \simeq 8 \dots 9^\circ. \quad (4.2)$$

### 4.2 Modell für einen elektromagnetischen Schauer

In einem elektromagnetischen Schauer findet Paarerzeugung und Bremsstrahlung statt. Die zugrundeliegende Wechselwirkung ist eine (1)-(2)-Wechselwirkung. Die Energie wird nach einer Wechselwirkung näherungsweise halbiert. Damit gilt nach  $n$  solchen Schritten  $E_n = E_0/2^n$  und die Multiplizität liegt bei  $N = 2^n$ . Ab einer Energie  $E_n = E_c \approx 87$  MeV verlaufen diese Prozesse nicht mehr effektiv. Die maximale Anzahl der erzeugten Teilchen beträgt dann  $N_{\text{max}} = E_0/E_c$ , wobei  $E_c = E_0/2^n$  mit der Anzahl der Generationen  $n$ . Die Tiefe, bei welcher der Schauer das Maximum erreicht, kann dann wie folgt angegeben werden:

$$\boxed{X_{\text{max}} = \lambda_{\text{em}} \log_2 \left(\frac{E_0}{E_c}\right)}. \quad (4.3)$$

Die maximale Anzahl der Teilchen ist also proportional zur Primärenergie, während dessen Tiefe logarithmisch von der Primärenergie abhängt. Das Schauermaximum von Schauern sehr großer Energien ( $E > 10^{19}$  eV) befindet sich auf Meeresebene.

### 4.3 Modell für einen hadronischen Schauer

Das relativ einfache Modell des elektromagnetischen Schaubers funktioniert hier nicht. Ein wichtiger Unterschied ist, dass Elektronen und Photonen nicht zerfallen können, sondern nur Energie verlieren, wohingegen Hadronen (beispielsweise Pionen) zerfallen. Zum einen werden neutrale und geladene Pionen erzeugt, die sich jedoch komplett anders verhalten. Ein neutrales Pion  $\pi^0$  zerfällt nach einer Strecke von  $\Delta x = 25,1$  nm in zwei Photonen, während geladene Pionen  $\pi^\pm$  nach 7, 8 m in ein  $\mu^\pm$  und (Anti-)Myon neutrinos zerfällt, sofern  $E_\pi \gtrsim m_\mu$ . Bei einer Generation entstehen  $n_{\text{tot}} = n_{\text{ch}} + n_{\text{neut}}$  Teilchen der Energie  $E = E_0/n_{\text{tot}}$ . Die Zahl der geladenen Teilchen ist  $n_{\text{ch}} = 2/3n_{\text{tot}}$ . Dann gilt

$$E_n = \frac{E_0}{(n_{\text{tot}})^n}, \quad N = (n_{\text{ch}})^n. \quad (4.4)$$

Ein Kaskadenende gibt es bei  $E_n = E_{\text{dec}} \approx 10$  bis  $30$  GeV. Da jedes  $\pi^\pm$  ein  $\mu^\pm$  erzeugt, gilt am Kaskadenenergie  $E_n = E_{\text{dec}} = E_0/n_{\text{tot}}^n$  ( $N = N_\mu = (n_{\text{ch}})^n$ ) und somit

$$N_\mu = \left( \frac{E_0}{E_{\text{dec}}} \right)^\alpha, \quad \alpha = \frac{\ln(n_{\text{ch}})}{\ln(n_{\text{tot}})} \approx 0,82 \dots 0,95. \quad (4.5)$$

Fast jeder Schauer genügt dieser Beziehung unabhängig von der Komplexität der Simulation.

## 4.4 Das Superpositionsmodell

Betrachten wir einen Eisenkern, der aus 56 Nukleonen besteht. Die Kernbindungskräfte liegen bei 1 - 5 MeV und sind bei solchen Reaktionen vernachlässigbar. Man kann somit annehmen, dass jedes dieser Nukleonen einzeln auf die Atmosphäre zufliegt und jedes einzelne einen Schauer auslöst. Für ein einzelnes Proton gilt  $X_{\text{max}} \sim \lambda_{\text{int}} \log(E_0)$ . Die Überlagerung vieler Schauer führt zu  $X_{\text{max}} \sim \lambda_{\text{int}} \log(E_0/A)$ . Für die Anzahl der Teilchen am Schauermaximum gilt

$$N_{\text{max}} = A \left( \frac{E}{E_c} \right) = A \left( \frac{E_0/A}{E_c} \right) = \frac{E_0}{E_c}. \quad (4.6)$$

Für die Anzahl der Myonen gilt

$$N_\mu = A \cdot \left( \frac{E}{E_{\text{dec}}} \right)^\alpha = A \cdot \left( \frac{E_0/A}{E_{\text{dec}}} \right)^\alpha = A^{1-\alpha} \left( \frac{E_0}{E_{\text{dec}}} \right)^\alpha. \quad (4.7)$$

Der Schauer hat also das Maximum höher in der Atmosphäre und erzeugt mehr Myonen.

## 4.5 Untersuchung von Teilenschauern mit Fluoreszenzteleskopen

Die Messung erfolgt über Fluoreszenzteleskope. Der Aufwand ist relativ groß; die Spiegelfläche liegt im Bereich von  $10 \text{ m}^2$  (um möglichst viel Licht einzufangen), wobei die Entfernung zum Schauer 10 bis 40 km beträgt. Die Emission direkt in der Nähe des Schauers entspricht in etwa einer Glühlampe mit 30 W. Man trägt dann entlang der Säulendichte die Ionisationsenergie auf. Die Anzahl der gemessenen Photonen wird in  $dE_{\text{ion}}/dV$  umgerechnet. Der nächste Schritt ist die Berechnung von

$$\frac{dE}{dX} = \frac{1}{\varrho} \int \frac{dE_{\text{ion}}}{dV} d^2r. \quad (4.8)$$

Hieraus ergibt sich ein Wert für die Energie, die pro Tiefe abgegeben wird (dividiert durch die Atmosphärendichte  $\varrho$ ). Daraus lässt sich das Schauerprofil rekonstruieren, bei dem die Anzahl der Schauerteilchen ansteigt und danach wieder abfällt. Ein optisches Teleskop besitzt ein Sichtfeld von etwa  $30^\circ$ , womit nicht der gesamte Schauer beobachtet werden kann. Es ist somit eine Extrapolation in nicht direkt beobachtete Bereiche erforderlich.

Am Anfang des Schauers tritt eine Multiplikation von Teilchen  $\sim (n_{\text{tot}})^N$  auf. Der Absorptionsprozess ist typischerweise exponentiell:  $\sim \exp(-x/\Lambda)$ . Die letzte Formel folgt aus der Differentialgleichung

$$\frac{dN}{dX} = -\frac{N}{\lambda_{\text{int}}}, \quad N(x) = N_0 \exp\left(-\frac{x}{\lambda_{\text{int}}}\right). \quad (4.9)$$

Führt man diese Erkenntnisse zusammen, kommt man auf folgende Beziehung für das Schauerprofil (Geiser-Hillers-Formel):

$$N_e(X) = N_{e,\text{max}} \left( \frac{X - X_1}{X_{\text{max}} - X_1} \right)^{\frac{X_{\text{max}} - X_1}{\Lambda}} \exp\left(-\frac{X - X_1}{\Lambda}\right). \quad (4.10)$$

$X_1$  ist hierbei die erste Wechselwirkung und es gilt  $N(X < X_1) = 1$ .  $X_{\text{max}}$  ist die Tiefe des Maximums und  $N_{e,\text{max}}$  die Anzahl der Teilchen im Maximum. Die an die Atmosphäre abgegebene Energie (kalorimetrische Energie) folgt dann zu

$$E_{\text{cal}} = \int_0^\infty \left( \frac{dE}{dX} \right)_{\text{measured}} dX \approx \langle \alpha_{\text{ion}} \rangle \int_0^\infty \left( \frac{dN_e}{dX} \right)_{\text{measured}} dX = E_{\text{em}}, \quad (4.11)$$

wobei  $\langle \alpha_{\text{ion}} \rangle$  die mittlere Ionisation pro Teilchen ist. Die Bethe-Bloch-Formel liefert  $1,8 \text{ MeV}/(\text{g} \cdot \text{cm}^2)$ ; der richtige Wert liegt jedoch bei  $2,2 \text{ MeV}/(\text{g} \cdot \text{cm}^2)$ , was von der höheren Anzahl der Elektronen im Schauer herrührt.

Wir betrachten einen Schauer, bei dessen erster Wechselwirkung eine große Anzahl von hadronisch und elektromagnetisch wechselwirkenden Teilchen erzeugt wird. Man würde annehmen, dass jedes Hadron in ein Myon und andere Teilchen zerfällt und dass die Myonen kein Fluoreszenzlicht erzeugen. Die hadronische Energie ist in der ersten Generation gegeben durch  $E_{\text{had}} = 2/3 E_{\text{tot}}$  (1/3 neutrale und 2/3 geladene Pionen, wobei die neutralen sofort zerfallen). Nach  $N_{\text{gen}}$  Generationen ergibt sich dann  $E_{\text{had}} = (2/3)^{N_{\text{gen}}} E_0$  und es gilt

$$E_{\text{em}} = E_{\text{cal}} \simeq E_0 - \left(\frac{2}{3}\right)^{N_{\text{gen}}} E_0 \simeq \left\{1 - \left(\frac{2}{3}\right)^{N_{\text{gen}}}\right\} E_0. \quad (4.12)$$

Die Anzahl der Generationen folgt mittels einer Simulation. Ein Großteil der Energie geht in den elektromagnetischen Kanal. Man muss die gemessene elektromagnetische Energie  $E_{\text{em}}$  und den Faktor  $f$  erhöhen, um die tatsächliche Energie  $E_{\text{tot}}$  des Schauers zu erhalten:  $E_{\text{tot}} = f E_{\text{em}}$ . Eisen erzeugt beispielsweise mehr Myonen als Protonen und besitzt somit einen viel höheren Korrekturfaktor  $f$ . Dieser ist außerdem stark abhängig vom hadronischen Wechselwirkungsmodell, welches die Sekundärteilchen pro Wechselwirkung beschreibt. Der Korrekturfaktor ist nur in einem großen Bereich, nämlich von 1,1 bis 1,3 vorhersagbar. Dies liegt zum einen an der Elementzusammensetzung und zum anderen an der Modellabhängigkeit. Bei hohen Energien führt dies zu einer kleinen Unsicherheit von etwa 5%. Schauer, die durch Photonen entstehen, haben einen kleinen Korrekturfaktor, da diese nur einen kleinen Wirkungsquerschnitt zur Erzeugung von Myonen aufweisen. Ein solcher Schauer ist fast rein elektromagnetisch. Unter bestimmten Umständen kann ein Photonschauer wie ein Protonschauer aussehen, weshalb dies für die Simulation von Schauern wichtig sein kann.

## 4.6 Das Pierre-Auger-Observatorium

Das Pierre-Auger-Observatorium ist das größte Projekt in der Astroteilchenphysik, das zur Zeit verfolgt wird. Die Hoffnung ist, dass man mit diesem Experiment Quellen sieht, dass man also feststellen kann, ob die Teilchen in superschweren schwarzen Löchern, Pulsaren usw. ihren Ursprung haben. Man möchte eine volle Himmelsabdeckung haben. Auger-Süd besteht aus 1600 Teilchendetektoren und 24 Fluoreszenz-Teleskopen, die einen Bereich von  $3000 \text{ km}^2$  abdecken. Ein einzelner Detektor ist nichts anderes als ein großer Wassertank, in dem das Cherenkov-Licht nachgewiesen werden kann. Die Wände des Tanks sind weiß diffusiv verkleidet und Photonen können mittels dreier Photomultiplier nachgewiesen werden. Auf diese Weise können Myonen, Elektronen und auch Photonen detektiert werden. Die Verbindung zu anderen Detektoren funktioniert über Funk, weil die Verlegung von Kabeln viel höhere Kosten mit sich bringen würde. Eine Batterie stellt zusammen mit Solarzellen die Energie zur Verfügung. Das Wasser ist destilliert, weil dieses ansonsten durch Bakterienwachstum trübe werden würde, was die Qualität der Messung einschränken könnte. Der Abstand zwischen zwei Detektoren beträgt etwa 1,5 km. Mit diesem Detektorfeld ist ein Nachweis auch von sehr ausgedehnten Schauern möglich. Aufgetragen wird das Signal (in vertical equivalent myons, Signal in Einheiten von einem Myon) in Abhängigkeit des Abstands zur Schauerachse, die sogenannte Lateralverteilung des Schauers.

Ein einzelnes der 24 Fluoreszenzteleskope besteht aus einer Kamera mit 440 Pixeln, die 10 Millionen Bilder pro Sekunde aufnimmt. Diese Messungen können nur nachts gemacht werden und selbst da stört das Streulicht des Mondes die Messung. Solche Messungen werden idealerweise in mond- und wolkenlosen Nächten durchgeführt, was nur 10 % bis 15 % der gesamten Zeit entspricht. Beide Messungen kombiniert führen zu einer Messung des longitudinalen Schauerprofils ( $dE/dX [\text{PeV}/(\text{g} \cdot \text{cm}^2)]$  prod Säulendichte  $[\text{g}/\text{cm}^2]$  und der Lateralverteilung; man spricht also von einer Hybridmessung.

### 4.6.1 Die Auswertung von Daten

Der Parameter  $S_{38}$  (Signal im Abstand 1000 m von der Schauerachse) ist direkt proportional zur Energie:  $E_0 = (S_{38})^{1,01} \cdot A$ , wobei  $A$  eine Konstante, also energieunabhängig, ist. Kalorimetrisch wird die Energie gemessen (Korrektur zur fehlenden Energie). Ein spezielles Modell kann diesem Messverfahren nichts anhaben; es ist (mit einem Fehler von etwa 15 %) unabhängig von Simulationen.

Woher kommen die Unterschiede in der Tiefe des Schauermaximums? Im Heitler-Modell gilt  $X_{\text{max}} = D_e \ln(E_0/E_c)$  und  $X_{\text{max}}^A = D_e \ln(E_0/(AE_c))$ . Der Unterschied zwischen den Verläufen eines Kerns der Massenzahl  $A$  und eines Protons ist

$$X_{\text{max}}^A = D_e \left\{ \ln \left( \frac{E_0}{E_c} \right) - \ln(A) \right\} = X_{\text{max}}^{\text{P}} - D_e \ln(A), \quad (4.13)$$

mit der sogenannten Elongationsrate  $D_e$ . Diese ist ein Maß dafür, wie tief der Schauer in die Atmosphäre eindringt. Weil man oft den dekadischen Logarithmus in Schaubildern aufträgt, muss man den Faktor  $D_{10} =$

$\log(10)D_e$  beachten. Photonschauer besitzen eine hohe Elongationsrate und Vergleich zu Protonen und Kernen. Die gemessenen Werte liegen zwischen den modellierten Kurven (von Protonen und Eisen). Die Messung bei niedrigen Energien wurde über Cherenkovlicht durchgeführt, die Messung bei hohen Energien mittels Fluoreszenzlicht.

## 4.7 Experimenteller Nachweis von Schauern mittels Emulsionskammern

Emulsionskammern baut man auf Bergen in großer Höhe, weil da die Atmosphäre sehr dünn ist; die Tiefe der Atmosphäre beträgt dann etwa  $X \simeq 500 - 600 \text{ g/cm}^2$ . Man kann dann darauf spekulieren, dass der Abstand zwischen dem ersten Wechselwirkungspunkt und der Meßstation bei etwa 1000 m liegt. Die Meßstation besteht aus mehreren Schichten von Bleiplatten mit homogenen und großflächigen röntgensensitiven Filmen. In den Bleiplatten dazwischen wandeln sich Teilchen um und erzeugen Schauer. Bei Blei erreicht man  $\lambda_{\text{int}}/X_0 \sim 30$  (Wechselwirkungslänge und Strahlungslänge). Die Wechselwirkungslänge ist ein Maß dafür, nach welcher Strecke ein Schauer beginnt und die Strahlungslänge ist charakteristisch für dessen Länge. Das hohe Verhältnis kommt durch die große Ladung im Material zustande und führt zu „kurzen“ Schauern. Ein Photon konvertiert also sofort und wird sehr schnell gestoppt, während ein Hadron mit großer Wahrscheinlichkeit einfach durchfliegt. Unterhalb der ersten Schichten befindet sich ein Kohlenstoffblock, der dazu da ist, dass die Hadronen eine Wechselwirkung machen und man den entstehenden Schauer in den unteren Schichten nachweist. In großer Höhe bekommt man typischerweise eine oder zwei Wechselwirkungen oberhalb der Meßstation und durch den Schichtaufbau des Detektors kann man Hadronen von elektromagnetischen Teilchen unterscheiden. Die Schwelle der Teilchen, die man sieht, beträgt 1000 GeV, man sieht also nur die Sekundärteilchen bei hohen Energien und das ist interessant, um Wechselwirkungen zu studieren.

# Kapitel 5

## Ungewöhnliche astrophysikalische Ereignisse

### 5.1 Centauro-Ereignisse

Hier hat man Centauro-Ereignisse gemessen. Was man in der oberen Schicht sieht, erlaubt einem keine Interpretation darüber, was man in der unteren Schicht sieht. In einem normalen Ereignis befindet sich in der oberen Schicht viel mehr Schwärzung als in der unteren Schicht, weil die elektromagnetischen Schauer in der oberen Schicht gestoppt werden und nur die Hadronen nach unten durchdringen. Bei den Centauro-Ereignissen stellt sich heraus, dass man nur eine einzige Spur einem Photon zuordnen kann; der Rest muss aus Hadronen bestehen. Die Wechselwirkungspunkte in der oberen Schicht folgen aus einer Triangulation. Man glaubt, dass der primäre Vertex bei 50 m oberhalb der Kammer war und 74 Hadronen erzeugt hat. 74 geladene Hadronen und kein einziges neutrales ist etwas absolut Exotisches. Die Wahrscheinlichkeit,  $n$  neutrale Pionen zu finden, ist gegeben durch

$$P_{n \pi^0} = \frac{n!}{n_{\pi^0}! n_{\pi^\pm}!}, \quad n_{\pi^0} + n_{\pi^\pm} = n. \quad (5.1)$$

Die Binomialverteilung ist für große  $n$  beschränkt auf 1/3 neutrale und 2/3 geladene Pionen.

$$\left(\frac{1}{3}\right)^{n_{\pi^0}} \left(\frac{2}{3}\right)^{n_{\pi^\pm}}. \quad (5.2)$$

Man würde sich also nicht darum kümmern, sofern nicht mehrere solcher Ereignisse nachgewiesen wurden. Es wurden mittlerweile mehrere dieser Centauro-Ereignisse nachgewiesen. Es gibt auch Anti-Centauro-Ereignisse, bei denen keine geladenen Hadronen entstehen. Im allgemeinen sind Centauro-Ereignisse in Detektoren sehr schlecht nachzuweisen; in das Experiment CMS wurde jedoch ein zusätzlicher Centauro-Detektor eingebaut, der die Vorwärtsrichtung abdeckt.

#### 5.1.1 Die Erklärung von Centauro-Ereignissen

Woher kommen solche (Anti-)Centauro-Ereignisse?

- 1) Blobs: Leute wie Bjorken und MacLerran haben postuliert, dass es kleine Objekte (sogenannte „blobs“) der Größenordnung  $\lesssim 1$  fm geben kann, die sich aus vielen Quarks zusammensetzen. Das Potential der starken Wechselwirkung besitzt einen metastabilen flachen Bereich, in dem sich ein solcher Quarkhaufen sammeln kann. Solche Objekte könnten in astrophysikalischen Prozessen erzeugt werden. Das ist jedoch eine Variante zur Erklärung von Centauro-Ereignissen, die heute keine weitere Bestätigung mehr hat.
- 2) Die chirale Symmetrie (Symmetrie zwischen links- und rechtshändigen Feldern) ist eine grundlegende Symmetrie der QCD-Lagrangedichte. Diese Symmetrie ist jedoch gebrochen durch einen nicht-trivialen Vakuum-Erwartungswert, das Quarkkondensat. Das Sigma-Modell ist ein effektives Modell für niedere-energetische Wechselwirkungen:  $(\sigma, \vec{\pi}) \mapsto (\sigma, \pi^-, \pi^0, \pi^+)$ . Die Symmetriebrechung findet in diesem vierdimensionalen Raum statt und diese könnte dadurch erfolgen, dass es einen nichttrivialen Vakuumerwartungswert für  $\pi^0$ ,  $\sigma$  usw. gibt. Man glaubt, dass die Symmetriebrechung in Richtung des  $\sigma$ -Feldes stattfindet, theoretisch gibt es jedoch keinen Grund, warum der Vektor in Richtung  $\sigma$  liegen soll. Aufgrund der Wechselwirkung orientieren sich weitere Felder auf diese Weise und es entsteht eine Phase mit Isospin  $J \neq 0$  (analog zu den Weißchen Bezirken in einem Ferromagneten). Der Vakuumzustand

mit  $J \neq 0$  ist instabil, womit ein Phasenübergang zu einem Zustand mit  $J = 0$  stattfindet. Da der Isospin erhalten ist, muss dieser durch die Emission von Pionen abgebaut werden, was eine Erklärung für (Anti-)Centauro-Ereignisse sein könnte.

- 3) Strangelets: Der Unterschied zu den Blobs ist, dass es sich bei einem Strangelet um ein großes, massives Objekt von  $m > 10^{15}$  GeV handelt, in dem viele Quarks gebunden sind. Ein solches Objekt wäre stabil für  $A > 300$  und würde etwa die gleiche Zahl von up-, down- und strange-Quarks enthalten. (Ein stabiles Gebilde entsteht nur, wenn Strange-Quarks dabei sind.) Es gibt nichts, was dieser Annahme widerspricht, oder diese untermauert. Man nimmt an, dass diese Objekte unter Wechselwirkung aufplatzen können. Da diese aus einer großen Anzahl von Quarks bestehen und jedoch keine Antiquarks enthalten, führt das zu einer großen Asymmetrie in der Teilchenproduktion, wodurch Centauro-Ereignisse erklärt werden könnten. Die hypothetischen Quarksterne könnten ein Beispiel für Strangelets sein.

Bei AMS wurde ein anomales Ereignis mit  $Z/A = 0,114 \pm 0,01$  gemessen. Interessanterweise hatte dieses Teilchen  $Z = 2$ . Daraus kann man  $A \approx 17$  abschätzen, also ein recht exotisches Teilchen. Was weiterhin interessant ist, dass dieses Teilchen eine sehr geringe Energie besitzt, nämlich 8 GeV. Theoretische könnte dies ein Strangelet sein, allerdings ist  $A = 17$  etwas gering für ein Strangelet.

## 5.2 Ereignisse mit linearen Strukturen

Es handelt sich dabei um Schauer, deren gemessene Sekundärteilchen eine Linie bilden. Solche Ereignisse wurden in Emulsionskammern gemessen und es ist umstritten, ob es sich wirklich um exotische Ereignisse handelt. Eine mögliche Erklärung ist die Erzeugung von Jets mit entgegengesetztem Transversalimpuls  $\mathbf{p}_\perp$ , welche eine Linie erzeugen.

## 5.3 Magnetische Monopole

Man kann die Maxwellgleichungen so schreiben, dass elektrische und magnetische Ladungen symmetrisch auftreten; elektrische Ladungen sind also keineswegs gegenüber magnetischen Ladungen (und Monopolen) bevorzugt. Die Kopplungskonstante eines magnetischen Monopols ist  $\alpha_m = 1/(4\alpha_{em}) \approx 35$ . Ein Monopol könnte also als ein sehr stark ionisierendes Teilchen nachgewiesen werden. Auf magnetischen Monopolen würden Magnetfeldlinien enden, wodurch diese beschleunigt würden. Infolgedessen würden die Magnetfelder verschwinden. Wir wissen jedoch, dass das vorhandene Magnetfeld in der Galaxis stabil ist und daraus ergibt sich die sogenannte Parker-Schranke an die Anzahl magnetischer Monopole. Nach der Parker-Schranke kann es nicht mehr als  $10^{-15}$  Monopole pro  $\text{cm}^2 \cdot \text{s} \cdot \text{sr}$  geben. Ein möglicher Nachweis von magnetischen Monopolen kann über supraleitende Tunnelkontakte geschehen. 1986 wurde möglicherweise ein magnetischer Monopol nachgewiesen. Auch beim Icecube-Experiment wird nach magnetischen Monopolen gesucht; ein solcher Monopol würde ein sehr spektakuläres Ereignis liefern. Der Monopol, der 1986 gesehen wurde, war ein besonders leichter, wenn überhaupt.

## 5.4 Extra Dimensionen

Die Gravitationskraft ist proportional zur Dichte der Feldlinien. Die Anzahl der Feldlinien bleibt konstant unabhängig vom Radius, jedoch ist die Dichte der Feldlinien proportional zu  $R^2$ . Hat man eine Extradimension, die klein ist, so würde in der Nähe der Masse, von der die Feldlinien weggehen, das Feldlinienbild wie in zwei Dimensionen aussehen. In großer Entfernung von der Masse, sieht es jedoch so aus, als wären die Feldlinien alle zueinander parallel, dann wäre die Kraft nicht von der Entfernung abhängig. Diese Analyse lässt sich quantitativ durchführen und führt auf

$$F_{UV} = \frac{mM}{M_{\text{Pl}}^{n+2} r^{3+n-1}}, \quad F_{\text{IR}} = \frac{mM}{M_{\text{Pl}}^{n+2} r^2 R^n}, \quad (5.3)$$

$n$  die zusätzliche Anzahl der Dimensionen und  $R$  deren Größe ist. Die linke der beiden Formel beschreibt ein modifiziertes Gravitationsgesetz, das für klein Entfernungen gilt, die rechte ein solches für große Entfernungen. Für große Entfernungen wählt man  $M_{\text{Pl}}^{n+2} R^n = 1/G$ , also lässt sich aus dem modifizierten Gesetz für große Entfernungen keine Aussagen bezüglich der Anzahl der Extradimensionen machen. Interessant ist also vor allem der Bereich kleiner Entfernungen, weil sich das Verhalten der Funktion sich mit  $n$  ändert. Solche Messungen wurden mittels Torsionswaagen durchgeführt. Damit lassen sich  $n = 1$  und  $n = 2$  ausschließen.  $n = 3, 4, 6$  usw. sind noch offen. Wenn Extradimensionen da sind, wird die Gravitation auf kleinen Entfernungen dominant gegenüber den anderen Kräften.

## 5.5 Mikroskopische schwarze Löcher

Erreicht man am LHC beim Aufeinandertreffen zweier Protonen den Schwarzschildradius, so könnte sich ein Mini-Schwarzes Loch bilden, das eine Lebensdauer von  $10^{-24}$  s hätte. Ein solches schwarzes Loch besitzt eine sehr hohe Temperatur und zerstrahlt durch Hawking-Strahlung thermisch in Z-, W-Bosonen, Quarks usw. also alles, was im Massenbereich des ursprünglichen schwarzen Lochs lag.





# Kapitel 6

## Ausbreitung der kosmischen Strahlung in der Galaxie

### 6.1 Eigenschaften der kosmischen Strahlung

Die grundlegenden Eigenschaften, die wir von der kosmischen Strahlung verstehen wollen, sind die folgenden:

- Verlauf des Flusses über viele Größenordnungen der Energie
- Beschreibung der verschiedenen Elemente durch dasselbe Potenzgesetz für alle Elemente  
Dies ist nichttrivial, da ein Magnetfeld auf einen Eisenkern viel stärker wirkt als beispielsweise auf ein Proton.
- Häufigkeit der Elemente im Sonnensystem:  
Die Elemente Li, Be, Sc, V, Mn sind nicht sehr häufig in unserem Sonnensystem. Das hat kernphysikalische Gründe; solche Elemente werden in Sternen nicht fusioniert, da sie durch Drei-Teilchen-Prozesse entstehen könnten, welche nicht sehr wahrscheinlich sind.
- Isotropie der Ankunftsrichtung der kosmischen Strahlung:  
Unter Ignorierung der Erdrotation könnte die Häufigkeit beschrieben werden durch

$$\frac{dN}{dt} = A_0 + A_1 \sin(\varphi - \varphi_0), \quad (6.1)$$

wobei  $A_1$  die Dipolamplitude,  $\varphi$  der Winkel bezüglich der Erdrotationsachse (Rektazention) und  $\varphi_0$  die Phase ist. In der Äquatorialebene wird der Fluß also beschrieben durch einen isotropen Anteil  $A_0$  und eine Modulation proportional zu  $A_1$ ; hierbei gilt  $A_1 \ll A_0$ . Experimentell gibt es keinen Nachweis für Anisotropie. Das bedeutet, dass aus allen Richtungen gleich viele Teilchen herkommen. Anisotropie würde beispielsweise durch die Rotation der Sonne um das galaktische Zentrum bewegen. Die Sonne bewegt sich dann in einem Bezugssystem, das durch die kosmischen Strahlung ausgezeichnet wird und ein Detektor auf der Erde würde dann mehr Teilchen detektieren, wenn sich die Sonne in der ausgezeichneten Richtung bewegen würde. Man bezeichnet diesen Effekt als Compton-Getting Effekt und dieser wurde bisher experimentell nicht gefunden.

- Größenverhältnisse und galaktisches Magnetfeld:  
Die Isotropie kommt dadurch zustande, dass das galaktische Magnetfeld die Teilchen sehr stark ablenken.
- Wechselwirkung mit dem interstellaren Medium:  
Sind die Quellen sehr weit entfernt, werden die Teilchen relativ große Materiesäulen (Restgas/interstellares Medium,  $\rho = 1 \text{ Atom/cm}^3$ ) durchlaufen und werden sehr oft gestreut. Die Wechselwirkung, die uns speziell interessiert, ist eine sogenannte Spallationsreaktion, bei der beispielsweise ein Kohlenstoffkern auf einen Kern des Restgases trifft, wodurch Beryllium- und Heliumkerne entstehen. Das könnte eine Erklärung für die Häufigkeitsunterschiede der Elemente sein.

## 6.2 Die Transportgleichung: Übersicht

Die Simulation des Transports ist auch heutzutage auf modernen Computern nicht durchführbar. Damit möchten wir eine Transportgleichung ableiten, welche diesen Transport beschreibt. Dazu benötigen wir die Teilchendichte  $n(E)$  (wir setzen im Folgenden wieder überall  $c = 1$ ):

$$n(E) = \frac{dN}{dE dV} = \frac{4\pi}{c} \phi, \quad \phi = \frac{dN}{dE dA dt d\Omega}, \quad (6.2)$$

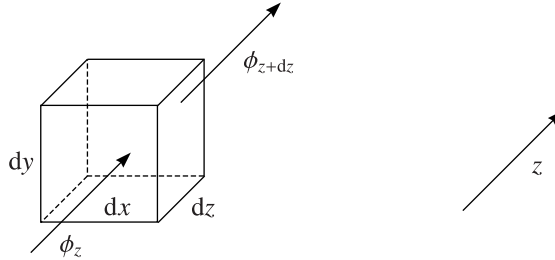
mit dem Fluss  $\phi$ . Wir möchten beschreiben, wie sich die Teilchendichte ändert im Laufe der Zeit:

$$\frac{dn(E)}{dt} = \nabla D \nabla n(E) + \frac{d}{dE} (b(E)n(E)) - \frac{n(E)}{\gamma \tau_{\text{dec}}} - \beta \rho \frac{n(E)}{\lambda_{\text{int}}} + \int_E^{\infty} \frac{\beta \rho}{\langle m \rangle} \frac{d\sigma(\bar{E} \mapsto E)}{dE} \phi(\bar{E}) d\bar{E} + Q(E), \quad (6.3)$$

mit dem Diffusionskoeffizienten  $D$  (Tensor) und dem Energieverlust  $dE/dt = -b(E)$ . Der dritte Term beschreibt den radioaktiven Zerfall, wobei die Zerfallszeit  $\tau_{\text{dec}}$  durch die Zeitdilatation mit dem Lorentzfaktor  $\gamma$  multipliziert werden muss. Der vierte Term beschreibt Wechselwirkungen der Teilchen mit dem interstellaren Medium, wobei  $\rho$  dessen Massendichte ist und  $\lambda_{\text{int}}$  die Wechselwirkungslänge. Der fünfte Term beschreibt die Entstehung von Teilchen durch Wechselwirkung, indem ein Teilchen der Energie  $\bar{E}$  in ein Teilchen der Energie  $E$  umgewandelt wird.  $d\sigma/dE$  ist der zugehörige differentielle Wirkungsquerschnitt für einen solchen Prozess. Dies ist die Diffusionsgleichung für eine einzige Teilchensorte; schlussendlich hat man ein gekoppeltes System von Gleichungen. Die Kopplung findet statt entweder durch radioaktiven Zerfall oder durch den Transferterm, welcher die Erzeugung der Elemente beschreibt. Der letzte Term beschreibt die Quellen. Dabei handelt es sich um einen externen Beitrag, welcher streng genommen nicht zum Transport gehört, aber dennoch hochenergetische Teilchen durch eine Quelle hinzukommen können.

## 6.3 Herleitung der Transportgleichung

### 6.3.1 Diffusion im Magnetfeld



Wenn die Teilchenzahl in  $z$ -Richtung sich ändert, dann entsteht ein Nettostrom von Teilchen; dieser wirkt entgegen dem Konzentrationsgefälle und versucht, dieses auszugleichen:

$$\phi_z = -D \frac{dN}{dz}, \quad \phi_z = \left. \frac{dN}{dA dt} \right|_z. \quad (6.4)$$

Der zeitliche Änderung der Gesamtzahl der Teilchen ergibt sich aus der Differenz der Flusses von Teilchen, welche in das Volumen reinfließen bzw. rausfließen:

$$\frac{d}{dt} n(E) dV = (\phi_z - \phi_{z+dz}) dA = -\frac{\partial \phi_z}{\partial z} dz dA = -\frac{\partial \phi_z}{\partial z} dV, \quad (6.5)$$

also gilt mit der Diffusionsgleichung (6.4)

$$\frac{d}{dt} n(E) = -\frac{\partial \phi_z}{\partial z} \left[ = \frac{\partial}{\partial z} D \frac{\partial}{\partial z} n(E) \right] = D \frac{\partial^2}{\partial z^2} n(E). \quad (6.6)$$

Allgemein gilt dann in drei Dimensionen:

$$\frac{d}{dt} n(E) = \nabla D \nabla n(E). \quad (6.7)$$

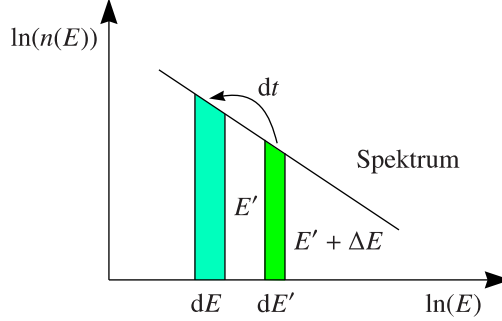
$D$  kann im allgemeinen Fall ein Tensor sein.

### 6.3.2 Kontinuierliche Energieverluste

Ausgangspunkt bildet

$$\frac{dE}{dt} = -b(E), \quad (6.8)$$

also die Energieänderung pro Zeiteinheit in der Propagation.



Teilchen verlieren Energie und rutschen an eine andere Stelle im Spektrum. Dafür gibt es zwei wichtige Beiträge:

a) Die Intervallgrenzen sind gegeben durch:

$$E' = E + b(E)\Delta t, \quad E' + \Delta E' = E + \Delta E + b(E + \Delta E)\Delta t. \quad (6.9)$$

Mittels einer Taylorentwicklung gilt:

$$E' + \Delta E' \approx E + \Delta E + b(E)\Delta t + \frac{\partial}{\partial E}b(E)\Delta E\Delta t + \dots \quad (6.10)$$

Subtraktion der beiden Grenzen führt auf

$$\Delta E' = \Delta E + \frac{\partial}{\partial E}b(E)\Delta E\Delta t. \quad (6.11)$$

Wir gehen über von  $n(E')\Delta E'$  zu  $n(E)\Delta E$  im Zeitschritt  $\Delta t$ :

$$\begin{aligned} n(E)\Delta E - n(E')\Delta E' &= n(E)\Delta E - \left( n(E) + \frac{\partial}{\partial E}n(E)b(E)\Delta t \right) \cdot \left( \Delta E + \frac{\partial}{\partial E}b(E)\Delta E\Delta t \right) \approx \\ &\approx n(E)\Delta E - n(E)\Delta E - n(E)\frac{\partial}{\partial E}b(E)\Delta E\Delta t - b(E)\frac{\partial}{\partial E}n(E)\Delta t\Delta E = \\ &= -\frac{\partial}{\partial E}[n(E)b(E)]\Delta t\Delta E, \end{aligned} \quad (6.12)$$

wobei Terme höherer Ordnung in  $\Delta t$  vernachlässigt wurden.

### 6.3.3 Wechselwirkung und Zerfall

Der Wirkungsquerschnitt war wie folgt definiert:

$$\sigma = \frac{1}{\phi} \frac{dN_{\text{int}}}{dt}. \quad (6.13)$$

Betrachten wir nur Wechselwirkungen, die Teilchen „vernichten“ (katastrophale Energieverluste oder Teilchenumwandlung). Dann ist

$$\frac{dN_{\text{int}}}{dt} = \sigma\phi, \quad (6.14)$$

und weiter

$$\frac{dn(E)}{dt} = -\frac{n(E)}{\tau_{\text{int}}}. \quad (6.15)$$

Wir hatten zuvor  $\lambda_{\text{int}} = \langle m \rangle / \sigma$  definiert. Daraus ergibt sich die Wechselwirkungslänge  $l_{\text{int}} = \lambda_{\text{int}} / \rho$  und die Wechselwirkungszeit  $\tau_{\text{int}} = l_{\text{int}} / \beta = \langle m \rangle / (\sigma \rho \beta)$ .

### 6.3.4 Erzeugung durch Sekundärteilchen

Wir betrachten einen Fluss  $\phi$  von einlaufenden Teilchen der Sorte  $i$  der Energie  $\bar{E}$ . Durch Wechselwirkung sollen Teilchen der Sorte  $k$  und der Energie  $E < \bar{E}$  entstehen:

$$\frac{d\sigma_{i \rightarrow k}}{dE} = \frac{1}{\phi} \frac{dN_{\text{int}}}{dt dE}. \quad (6.16)$$

Man muss über alle Flüsse integrieren, welche die Bedingung erfüllen, dass die Energie ausreicht:

$$\frac{dN_k}{dt dE} = \int_E^\infty \phi(\bar{E}) \frac{d\sigma_{i \rightarrow k}}{dE} d\bar{E}. \quad (6.17)$$

Diese Gleichung möchten wir nun noch mittels Dichten schreiben. Mit  $4\pi/c\phi = n$  folgt dann:

$$\frac{dn_k(E)}{dt} = 4\pi \sum_{i, i \neq k} \int_E^\infty n_i(\bar{E}) \frac{d\sigma_{i \rightarrow k}}{dE} d\bar{E} \left( \frac{\beta \rho}{\langle m \rangle} \right). \quad (6.18)$$

Wie viele Targetteilchen gibt es?

## 6.4 Lösung der Transportgleichung für eine einzelne Punktquelle

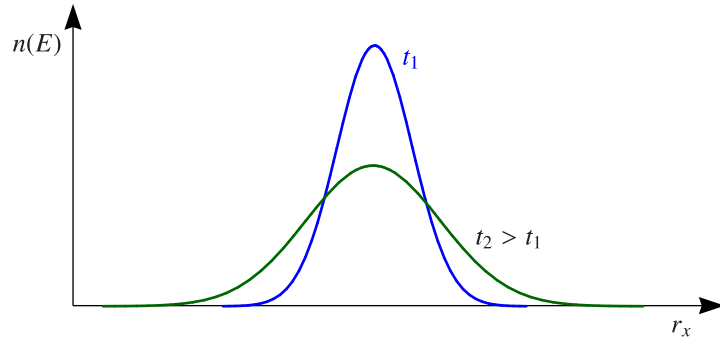
Wir betrachten eine Quelle an der Stelle  $\mathbf{r}_0$ , welche Teilchen der Energie  $E$  erzeugt. Dann gilt die Transportgleichung

$$\frac{dn(E)}{dt} = -D\nabla^2 n(E) + Q(E, \mathbf{r}_0). \quad (6.19)$$

Gelöst werden kann die Gleichung, indem wir die Form der Quelle  $Q(E, \mathbf{r}_0) = Q_0(E)\delta^{(3)}(\mathbf{r} - \mathbf{r}_0)\delta(t)$  annehmen. Dann ist

$$n(E, r, t) = \frac{Q_0(E)}{8(\pi Dt)^{\frac{3}{2}}} \exp\left(-\frac{r^2}{4Dt}\right). \quad (6.20)$$

Dabei handelt es sich um die Greenfunktion der obigen Gleichung unter der Randbedingung, dass  $n(E, r, t)|_{r=\infty} = 0$ . Es handelt sich dabei um eine gaußförmige Verteilung.



Die typische Diffusionsentfernung ist  $r^2 \sim 4Dt$ , also  $r \sim 2\sqrt{Dt}$ . Das bedeutet, dass die Zeiten zum Zurücklegen großer Entfernungen riesig groß werden.

## 6.5 Lösung für unendliches, homogenes Gebiet

Wir betrachten eine homogene Dichte von Quellen. Damit ist die Dichte der kosmischen Strahlung konstant und die Gleichung lautet:

$$\frac{dn(E)}{dt} = \frac{\partial}{\partial E}(b(E)n(E)) - \frac{n(E)}{\gamma\tau_{\text{dec}}} - \frac{n(E)}{\tau_{\text{int}}} + \dots + Q(E), \quad (6.21)$$

wobei (...) für Terme steht, welche die Erzeugung/Vernichtung von Teilchen beschreiben. Wir betrachten außerdem den stationären Fall, in welchem  $n(E)$  und die Quellen zeitunabhängig sind:

$$\frac{\partial}{\partial E}(b(E)n(E)) = -Q(E). \quad (6.22)$$

Durch Integration ergibt sich

$$\int_E^\infty \frac{\partial}{\partial \bar{E}} (b(\bar{E})n(\bar{E})) d\bar{E} = -n(E)b(E) = -\int_E^\infty Q(\bar{E}) d\bar{E}. \quad (6.23)$$

Lassen sich die Quellen durch eine Potenzfunktion beschreiben, so gilt

$$n(E) = \frac{1}{b(E)} \int_E^\infty Q(\bar{E}) d\bar{E} = \frac{A}{b(E)} \int_E^\infty \bar{E}^{-p} d\bar{E} = \frac{A}{(p-1)b(E)} E^{-(p-1)}. \quad (6.24)$$

Diese Annahme ist motiviert durch den Fakt, dass das Spektrum der kosmischen Strahlung ebenso durch ein Potenzgesetz beschrieben wird. Man sieht jedoch, dass das beobachtete Potenzgesetz nicht dasselbe wie das der Quellen ist, was mit dem Energieverlust der Teilchen zusammenhängt. Im Falle von Strahlungsverlusten durch Ionisation (also  $dE/dt = \alpha = \text{const.}$ ) gilt  $n(E) \sim E^{-(p-1)}$ . Im Falle  $dE/dt = -\beta E$  (Strahlungsverluste beispielsweise durch Bremsstrahlung) resultiert  $n(E) \sim E^{-p}$ ; in diesem Falle sieht das Injektionsspektrum so aus wie das gemessene Spektrum. Im Falle des Energieverlusts durch Synchrotronstrahlung gilt  $dE/dt = -\gamma E^2$  und somit  $n(E) \sim E^{-(p+1)}$ .

## 6.6 Vereinfachung: Leaky-Box-Modell

Bei diesem Modell ist die Idee, die ungleichförmige Verteilung von Quellen in der Galaxie und deren Halo durch eine gleichförmige Verteilung innerhalb der Galaxie und eine verschwindende Verteilung außerhalb zu ersetzen. Die Wahrscheinlichkeit, dass entweichende Teilchen von außen zurückkommen, soll verschwinden.

### 6.6.1 Mathematische Formulierung des Modells

Wir ignorieren die Beschreibung des Entweichens von Teilchen und schauen uns nur an, wie lange die Teilchen sich im Gebiet der konstanten Quellendichte aufhalten.

$$\frac{dn(E)}{dt} = -\frac{n(E)}{\tau_{\text{esc}}} = D\nabla^2 n(E). \quad (6.25)$$

Hier sollen keine Quellen vorhanden sein. Wir machen den Ansatz

$$n(E, t) = n_0(E) \exp\left(-\frac{t}{\tau_e}\right). \quad (6.26)$$

Unsere Annahme, dass die Transportgleichung durch die Leaky-Box-Gleichung genähert werden kann, sind wegen  $l = \beta ct$  die Weglängen in der Galaxie exponentiell verteilt.

### 6.6.2 Stationäre Lösung und Entweichwahrscheinlichkeit

$$\frac{dn(E)}{dt} = -\frac{n(E)}{\tau_{\text{esc}}} + Q(E) + \underbrace{\frac{\partial}{\partial E}(b(E)n(E))}_{\text{ignoriert}} + \dots \quad (6.27)$$

Wir nehmen erneut Stationarität an:

$$\frac{n(E)}{\tau_{\text{esc}}} = Q(E). \quad (6.28)$$

Teilchen mit hoher Energie sollen eine kürzere Weglänge innerhalb der Galaxie zurücklegen als Teilchen niedriger Energie. Dies motiviert ein Potenzgesetz der Form  $\tau_{\text{esc}} \sim E^{-\delta} \sim R^{-\delta}$  mit der Rigidität  $R = p(Ze)$  [GV] mit der Ladung  $Ze$  des Teilchens.

$$n(E) = \tau_{\text{esc}} Q(E) \sim E^{-\delta} E^{-p} \sim E^{-(p+\delta)}. \quad (6.29)$$

Im Falle von Entweichung ändert sich das Potenzgesetz gegenüber den Quellen um den Faktor, der sich durch das Entweichen ergibt. Kosmische Strahlung akkumuliert sich in unserer Galaxie. Im Falle sehr hochenergetischer Teilchen, spielt unsere Galaxie keine große Rolle und man beobachtet gerade das Spektrum der Quellen.

### 6.6.3 Erzeugung seltener Kerne (Sekundärteilchen)

Wir nehmen an, dass dies durch Spallationsreaktionen funktioniert. Wir schreiben die komplizierte Gleichung

$$\frac{dn_i(E)}{dt} = \dots + \sum_k \frac{\rho\beta}{\langle m \rangle} \int_E^\infty \frac{d\sigma_{k \rightarrow i}}{dE} n_k(\bar{E}) d\bar{E}. \quad (6.30)$$

Führt man eine neue Variable ein und zwar die Energie  $\varepsilon$  pro Nukleon, also  $\varepsilon = E/A$  und führt außerdem  $\lambda = \rho\beta\tau$  ein

Aus der Messung von sekundären zu häufigen Elementen, bestimmt man experimentell  $\tau_{\text{esc}} \sim E^{-0,6}$ .

### 6.6.4 Erwartete durchlaufene Materiesäule

Aus den Daten ergibt sich

$$\lambda_{\text{esc}} = \begin{cases} 10,8\beta \text{ g/cm}^2 & \text{für } R < 4 \text{ GeV} \\ 10,8(R/4,5 \text{ eV})^{-\delta} \text{ g/cm}^2 & \text{für } r > 4 \text{ GeV} \end{cases}, \quad \delta = 0,6. \quad (6.31)$$

### 6.6.5 Mittlere Lebensdauer der kosmischen Strahlung

Für die direkte Messung nimmt man radioaktive Elemente, beispielsweise  $^{10}\text{Be} \mapsto ^{10}\text{B}$  mit einer Halbwertszeit von  $3,9 \cdot 10^6$  Jahren. Daraus folgt  $\tau_{\text{esc}} \sim 3 \cdot 10^6$  Jahre.

$$\frac{dn(E)}{dt} = 0 = -\frac{n_i(E)}{\tau_{\text{esc}}} - \frac{n_i(E)}{\gamma\tau_{\text{dec}}} + \frac{P_{k \rightarrow i}}{\tau_{\text{int},k}} n_k(E) - \frac{n_i(E)}{\lambda_{\text{int},i}} \quad (6.32)$$

$$\frac{n_i(E)}{n_k(E)} = \frac{P_{k \rightarrow i}}{\tau_{\text{int},k}} \left( \frac{1}{\tau_{\text{esc}}} + \frac{1}{\tau_{\text{int},i}} + \frac{1}{\gamma\tau_{\text{dec}}} \right). \quad (6.33)$$

Ein Vergleich mit den Daten liefert  $\tau_{\text{esc}} = 2 \cdot 10^7$  Jahre als Lebensdauer der Teilchen im Einschlussvolumen. Der Unterschied zu vorher ist unangenehm groß für das Modell.

## 6.7 Anisotropie in der kosmischen Strahlung

Das Leaky-Box-Modell weist keinerlei Anisotropie auf. Wir nehmen an, dass sich Quellen nur in der Scheibe befinden. Teilchen werden von Quellen erzeugt, bewegen sich in einem zufälligen Muster im Halo, das eine Ausdehnung von etwa 2 bis 4 kpc hat, und entweichen irgendwann aus diesem. Es muss also ein Nettostrom von Teilchen aus der Galaxie raus existieren. Die Zeit  $\tau_{\text{esc}}$ , die ein Teilchen typischerweise benötigt, um zu entweichen, beträgt  $2 \cdot 10^7$  Jahre. Die Driftgeschwindigkeit  $\mathbf{v}_D$  dieser Teilchen lässt sich somit abschätzen als

$$v_D = \frac{d}{\tau_{\text{esc}}} \simeq 10^7 \frac{\text{cm}}{\text{s}}. \quad (6.34)$$

Es gibt also eine Vorzugsrichtung der Bewegung, nämlich die, welche senkrecht von der galaktischen Scheibe weg zeigt;  $\mathbf{v}_D$  ist also eine kollektische Driftgeschwindigkeit. Diese Vorzugsrichtung führt zu einer Anisotropie. In den Übungen wird gezeigt, dass für die Anisotropie folgender Zusammenhang besteht:

$$A = \frac{\phi_\perp}{\frac{1}{2}(\phi_\perp + \phi_\parallel)} \simeq \frac{v_D}{c}, \quad (6.35)$$

wobei  $\phi_\perp$  und  $\phi_\parallel$  die Flüsse senkrecht bzw. parallel zur Scheibe und  $c$  die relativistische Geschwindigkeit der Teilchen ist. Damit gilt etwa  $A(E \sim 5 \text{ GeV}) \sim 10^{-4}$ . Außerdem haben wir das letzte Mal aus dem Bor-Kohlenstoff-Verhältnis abgeleitet, dass

$$\tau_{\text{esc}} = \tau_0 \left( \frac{E}{5 \text{ GeV}} \right)^{-\delta}, \quad (6.36)$$

gilt (für Protonen) mit  $\tau_0 = 2 \cdot 10^7$  Jahre und  $\delta \approx 0,6$ . Somit ist

$$A(E) = A_0 \left( \frac{E}{5 \text{ GeV}} \right)^\delta, \quad (6.37)$$

und  $A(10^{15} \text{ eV}) \approx 0,1 = 10\%$  bzw.  $A(10^{17} \text{ eV}) \approx 1 = 100\%$ . Man würde von der Theorie her eine große Anisotropie erwarten, weil theoretisch mit zunehmender Energie die Teilchen immer schneller entweichen. Experimentell wird eine solche große Anisotropie jedoch nicht gemessen.

Die Säulendichte, welche die Teilchen durchlaufen ergab sich aus dem B/C-Verhältnis zu

$$X_{\text{CR}} = 10 \frac{\text{g}}{\text{cm}^2} \left( \frac{E}{5 \text{ GeV}} \right)^{-\delta}, \quad (6.38)$$

für Protonen. Der wesentliche Beitrag von der Materiesäule kommt durch die galaktische Scheibe. Wir möchten die minimale Materiesäule abschätzen:

$$X_{\text{min}} = \varrho_{\text{ISM}} d \approx 0,0015 \frac{\text{g}}{\text{cm}^2}, \quad (6.39)$$

mit  $\varrho_{\text{ISM}} = 1 \text{ p}/1 \text{ cm}^3$ . Die Energie  $E_{\text{max}}$ , welche ein Teilchen haben muss, damit es die minimale Materiesäule durchläuft, ergibt sich zu

$$E_{\text{max}} = 5 \text{ GeV} \left( \frac{10 \frac{\text{g}}{\text{cm}^2}}{X_{\text{min}}} \right)^{\frac{1}{\delta}} \simeq 10^{16} \text{ eV}. \quad (6.40)$$

Unsere bisherigen Betrachtungen sind somit nur sinnvoll bis zu Energien im Bereich des Knies im Spektrum der kosmischen Strahlung. Vermutlich sind schon Abweichungen bei  $E \lesssim 10^{14} \text{ eV}$  zu berücksichtigen. Wo die Abweichungen genau stattfinden, geben die bisherigen Messungen noch nicht her.

### 6.7.1 Abweichungen von der Massenzusammensetzung der kosmischen Strahlung

Die Messungen der Häufigkeit von Elementen in Abhängigkeit ihrer Ionisationsenergie ist ein Hinweis auf die Beschleunigung von ursprünglich neutralen, nicht ionisierten Atomen. Ist die Ionisationsenergie eines Elements hoch, so ist es unwahrscheinlicher, dass dieses beschleunigt wird im Vergleich zu einem Element mit niedrigerer Ionisationsenergie. „Leicht“ kondensierende Teilchen (bei höher Temperatur stattfindende) kommen häufigen in der kosmischen Strahlung vor. Die derzeitige Interpretation ist, dass Elemente in Staub- und Gaswolken durch Kondensation angereichert werden und dass die Beschleunigung der kosmischen Strahlung in diesen Wolken stattfindet.

## 6.8 Beschleunigung der kosmischen Strahlung

Wir betrachten ein komprimiertes Medium, dass beispielsweise von einer Supernova ausgestoßen wird und auf das dünne interstellare Medium trifft. Dieses komprimierte Medium bewegt sich schneller als mit Schallgeschwindigkeit. Die ausgeworfenen Gase sammeln vor sich her das interstellare Medium auf (wie bei einem Schneepflug), womit auch dieses komprimiert wird. Man vermutet, dass in diesem Bereich die Beschleunigung von kosmischer Strahlung stattfindet. In einem Bezugssystem, in welchem die Schockfront in Ruhe ist, bewegt sich das komprimierte interstellare Medium auf die Schockfront zu. Sowohl Energie als auch Impuls, sowie der Massenfluss ist erhalten. Der Massenfluss im komprimierten interstellaren Medium sei  $\varrho_1 u_1 dA dt$  und der Massenfluss in der Schockfront betrage  $\varrho_2 u_2 dA dt$ . Daraus ergibt sich die Bedingung  $\varrho_1 u_1 = \varrho_2 u_2$ .

Wir betrachten die Geschwindigkeiten in verschiedenen Bezugssystemen. In einem System (A) mit  $v_s = 0$  gelte  $u_1 > u_2$ . Aus der Theorie des idealen Gases (monoatomig) (und der Energie- und Impulserhaltung) ergibt sich

$$\frac{u_1}{u_2} = \frac{\varrho_2}{\varrho_1} = 4, \quad \frac{u_2}{u_1} = \frac{1}{4}. \quad (6.41)$$

Wir betrachten das Ganze nun in einem System (B), in dem das interstellare Medium in Ruhe ist, also  $\bar{u}_1 = 0$ . Mittels einer Galileitransformation folgt  $\bar{v}_s = -u_1$  und  $\bar{u}_2 = u_2 - u_1 = -3/4 u_1$  in diesem System. Schlussendlich sei in einem dritten System (C)  $\tilde{u}_2 = 0$ , also bewege sich das komprimierte Gas nicht. Dann ist  $\tilde{u}_1 = u_1 - u_2 = 3/4 u_1$  und  $\tilde{v}_s = -u_2 = -u_1/4$ . Im System (C) bewegt sich die Welle weg, weil immer mehr Gas aufgesammelt wird. Dasselbe ist im System (B) ersichtlich.

Wir betrachten ein Teilchen der kosmischen Strahlung, das sich durch das interstellare Medium bewegt. Dieses soll in die Schockfront hineinfliegen, durch Magnetfelder abgelenkt werden und wieder in das interstellare Medium zurückfliegen. Dadurch gewinnt das Teilchen an Energie. Wir wollen das Ganze nun formelmäßig erfassen. Ein Teilchen der Energie  $E_1$  fliege unter dem Winkel  $\theta_1$  in die Schockfront ein, werde dort durch Magnetfelder abgelenkt und gestreut und soll die Schockfront in einem Winkel  $\theta_2$  wieder verlassen. Die Schockfront (System  $S'$ ) bewege sich mit einer Geschwindigkeit  $\mathbf{u}$ . Wir erfassen das Ganze im System (B). Eine Lorentztransformation in das System  $S'$  liefert

$$E'_1 = \gamma E_i - \beta p_{\parallel}, \quad \beta = -(u_2 - u_1) = u_1 - u_2, \quad \gamma = \frac{1}{\sqrt{1 - \beta^2}}. \quad (6.42)$$

Das Teilchen sei ultrarelativistisch, also  $cp \simeq E$ . Weiterhin gilt  $p_{\parallel} = p \cos \theta_1$  und somit  $E'_1 = \gamma E_i (1 - \beta \cos \theta_1)$ . Im System  $S'$  soll das Teilchen elastisch gestreut werden; die Energie bleibt bei solch einem Streuprozess erhalten, also gilt  $E'_2 = E'_1$ , wobei  $E'_2$  die Energie nach dem Stoß ist. Eine Rücktransformation in das System  $S$  liefert  $E_2 = \gamma E'_2 (1 + \beta \cos \theta_2)$ , es hat sich also nur der Winkel der Teilchenbahn senkrecht zur Schockfront geändert. Die Energieänderung kann dann bestimmt werden nach

$$\frac{E_2 - E_1}{E_1} = \frac{1}{E_1} [\gamma^2 E_1 (1 - \beta \cos \theta_1)(1 + \beta \cos \theta_2) - E_1] = \frac{(1 - \beta \cos \theta_1)(1 + \beta \cos \theta_2)}{1 - \beta^2} - 1. \quad (6.43)$$

Wir führen an dieser Stelle eine Mittelung über den Teilchenwinkel durch. Wegen

$$\Delta N = \varrho dA (c \cos \theta - \bar{v}_s) dt \sin \theta d\theta d\varphi, \quad (6.44)$$

gilt

$$\frac{dP}{\sin \theta d\theta} \sim \cos \theta, \quad (6.45)$$

und damit muss die Wahrscheinlichkeitsverteilung noch normiert werden:

$$\int_0^1 \frac{dP}{d \cos \theta} d \cos \theta = 1 = a \int_0^1 \cos \theta d \cos \theta = \frac{a}{2}, \quad (6.46)$$

also

$$\frac{dP}{d \cos \theta} = 2 \cos \theta. \quad (6.47)$$

Mit dieser Wahrscheinlichkeitsverteilung ist über  $\cos \theta_1$  zu mitteln:

$$\langle \cos \theta_1 \rangle = \int_0^{-1} \cos \theta_1 \cdot 2 \cos \theta_1 d \cos \theta_1 = -\frac{2}{3}. \quad (6.48)$$

Analog ergibt sich

$$\langle \cos \theta_2 \rangle = \int_0^1 \cos \theta_2 \cdot 2 \cos \theta_2 d \cos \theta_2 = \frac{2}{3}. \quad (6.49)$$

Das liefert dann letztendlich mit  $\beta \ll 1$  (weil die Geschwindigkeit der Schockfront viel kleiner als die Lichtgeschwindigkeit ist):

$$\frac{E_2 - E_1}{E_1} = \frac{(1 + \frac{2}{3}\beta)(1 + \frac{2}{3}\beta)}{1 - \beta^2} - 1 = \frac{1}{1 - \beta^2} \left( 1 + \frac{4}{3}\beta + \frac{4}{9}\beta^2 \right) - 1 \stackrel{\beta \ll 1}{\approx} \boxed{\frac{4}{3}\beta}. \quad (6.50)$$

Die Teilchen gewinnen bei der Kreuzung mit der Schockfront Energie und die Energiezunahme ist unabhängig von der Energie des Teilchens.



# Kapitel 7

## Extragalaktische kosmische Strahlung

Man vermutet, dass bei  $E = 10^{18}$  eV ein Übergang von galaktischer zur extragalaktischen Strahlung übergeht. Wir kennen die Stärke des Magnetfelds in unserer Galaxie. Nehmen wir ein starkes, homogenes Magnetfeld in unserer Galaxie an, was eine sehr extreme Annahme ist, dann würden Protonen unsere Galaxie verlassen. Durch den Einschluss der kosmischen Strahlung in der Galaxie sehen wir einen Überschuss der Strahlung; die Aufenthaltsdauer in der Galaxie ist um mehrere Faktoren höher als die einfache Durchflugzeit. Wären alle Teilchen galaktischen Ursprungs, müssten wir sehen, dass mehr Teilchen aus dem Zentrum kommen als vom Antizentrum, man müsste also eine Anisotropie sehen. Eine solche Anisotropie wird jedoch experimentell nicht beobachtet. Man vermutet daher, dass die Isotropie bei hohen Energie durch extragalaktische Quellen (also eine Materieverteilung, die isotrop auf  $D > 500$  Mpc ist)

Jedoch sind die Galaxien in unserer Umgebung hochgradig anisotrop verteilt. Viele liegen in einer Ebene, der sogenannten extragalaktischen Ebene. Außerdem sind Galaxien in sogenannten Clustern angeordnet. Geht man noch weiter heraus, so erkennt man erneut eine hohe Anisotropie gekennzeichnet durch Filamente und Leerräume (Voids). Diese Anisotropien sind aus den Quantenfluktuationen als Keimzellen entstanden und haben sich durch die Inflation dementsprechend vergrößert. Simuliert man numerisch die Galaxienverteilung im gesamten Universum, so erscheint diese isotrop.

### 7.1 Der GZK-Cutoff

Das Universum bremst Teilchen mit  $E > 10^{20}$  eV durch den Greisen-Zatsepin-Kuzmin-Effekt  $p\gamma \rightarrow p\pi^0$ ,  $p\gamma \rightarrow n\pi^+$  aus. Ein Photon der Hintergrundstrahlung besitzt typischerweise eine Energie von  $10^{-4}$  eV. Ein einlaufendes Proton der Energie  $10^{20}$  eV kann mit Hilfe des Photons eine  $\Delta$ -Resonanz (1232 GeV) erzeugen, die instabil ist und in ein Proton/Neutron und  $\pi^0$ ,  $\pi^+$  zerfällt. Eine Rechnung ergibt

$$E_{p,\min} = \frac{m_{\Delta}^2 - m_p^2}{E_{\gamma,\max}(1 - \cos\theta)} \approx 5 \cdot 10^{19} \text{ eV}. \quad (7.1)$$

Solche Prozesse führen zu einem Energieverlust des ursprünglichen Protons, da das auslaufende Pion Energie des Protons mitnimmt (etwa 15 % bis 20 % der Protonenergie). Der Wirkungsquerschnitt  $\gamma p \rightarrow X$  ist schon lange durch Messungen bis zu einer Photonenergie im Laborsystem von 100 GeV (Beschleuniger HERA) bekannt. Eine Rechnung ergibt die Streulänge der Photonen:

$$\frac{\sigma_{\text{tot}}}{\sigma_{\text{CMB}}} = \frac{1}{\lambda_{\text{ph}}(E)} = \frac{1}{8E^2\beta} \int_{\varepsilon_{\text{th}}}^{\infty} d\varepsilon \frac{n(\varepsilon)}{\varepsilon^2} \int_{s_{\min}}^{s_{\max}(\varepsilon, E)} ds (s - m_p^2 c^4) \sigma_{p\gamma}(s), \quad (7.2)$$

wobei  $\sigma_{p\gamma}(s)$  der Wirkungsquerschnitt im Laborsystem ist, in dem das Proton sich in Ruhe befindet. Wäre die Streulänge größer als die Ausdehnung des Universums, so würde ein solcher Streuprozess nicht stattfinden.

### 7.2 Bethe-Heitler-Paarerzeugung

Der Wirkungsquerschnitt zeigt das typische Verhalten einer Schwelle und danach eines Abfalls proportional zu  $1/s$ . Der Prozess der Bildung von Delta-Resonanzen wird viel weniger oft ablaufen als der Prozess der Paarerzeugung, weil ein Elektron-Positron-Paar sehr leicht ist im Vergleich zu einem Pion. Der relative Energieverlust pro Paarerzeugung ist hier 0,002, also um einen Faktor 100 kleiner verglichen mit dem GZK-Prozess. Da jedoch der Prozess sehr häufig stattfindet, ist er doch von Bedeutung.

Man kann eine Energieverlustlänge für Protonen definieren durch

$$\frac{dE}{ds} = -\frac{E}{l_{\text{loss}}}. \quad (7.3)$$

Ist die Verlustlänge  $l_{\text{loss}}$  von der Energie unabhängig, was für kleine Entfernungen der Fall ist, so gilt

$$E(s) = E(s=0) \exp\left(-\frac{s}{l_{\text{loss}}}\right). \quad (7.4)$$

In der Abhängigkeit der Energieverlustlänge von der Energie spiegelt sich die Energieverteilung der Photonen der kosmischen Hintergrundstrahlung wider. Wegen  $E \geq 10^{18.5} \text{ eV}$  ist  $l_{\text{dec,n}} \simeq 8 \text{ kpc}$  und damit wird das galaktische Zentrum sichtbar. Der Energieverlust ist ein stochastischer Prozess. Die typische Entfernung für Quellen mit auf der Erde gemessener Energie  $E_{\text{obs}} \geq 10^{20} \text{ eV}$  liegt etwa zwischen 10 und 100 Mpc.

Ein Photon kann mit einem Kern eine Dipolresonanz (GDR, giant dipole resonance) bilden, welche in ein Proton/Neutron und einen Restkern  $A - 1$  zerfällt. Diese Resonanz ist eine kollektive Oszillation von Protonen/Neutronen gegeneinander. Sie wird durch eine Breit-Wigner-Resonanzformel beschrieben:

$$E_{E1}(\varepsilon_\gamma) = \frac{8}{3} \frac{NZ}{A} \frac{e^2}{\hbar c} \frac{1 + \chi}{mc^2} \frac{\Gamma_{\text{GDR}} \varepsilon_\gamma^4}{(\varepsilon_\gamma^2 - E_{\text{GDR}}^2)^2 + \Gamma_{\text{GDR}}^2 \varepsilon_\gamma^2}. \quad (7.5)$$

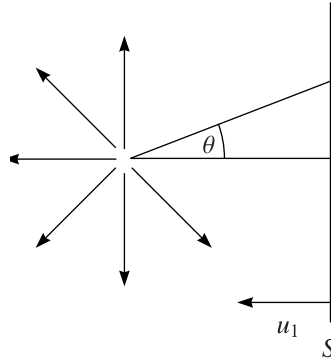
Je leichter der Kern ist, umso schneller geht die Energie verloren. Dann können nämlich mehr Photonen an der Bildung der großen Dipolresonanz teilnehmen. Nehmen wir für die extragalaktische kosmische Strahlung ein Quellspektrum an von

$$\left. \frac{dN}{dE} \right|_{\text{Quelle}} \sim E^{-\beta}, \quad (7.6)$$

so lässt sich dadurch nicht der Knöchel erklären.

### 7.3 Entweichwahrscheinlichkeit

Wir möchten die Anzahl der Teilchen berechnen, welche aus dem Schockumfeld entweichen relativ zur Zahl der Teilchen, welche die Schockfront kreuzen. Hierbei sei die Schockgeschwindigkeit  $u_1$  viel kleiner als die Teilchengeschwindigkeit, welche wir als ultrarelativistisch ( $v \approx c$ ) annehmen. Die Rate der Teilchen, welche die Schockfront kreuzen, kann dann berechnet werden wie folgt:



Mittels des Flusses

$$\phi = \frac{dN}{dE dA dt d\Omega}, \quad (7.7)$$

ergibt sich der Fluss durch die Fläche  $S$ :

$$J_s = \int \phi \cos \theta d\Omega = \int_0^{2\pi} \int_0^{\pi/2} \phi \cos \theta \sin \theta d\theta d\varphi = 2\pi \int_0^1 \phi \cos \theta d \cos \theta = 2\pi \cdot \frac{\pi}{2} = \pi \phi. \quad (7.8)$$

Für die Dichte pro Volumenelement gilt  $n(E) = (4\pi/c)\phi$  und somit

$$\boxed{J_s = \frac{1}{4} cn(E)}. \quad (7.9)$$

Die Rate der Teilchen, welche das Gebiet der Schockfront verlassen, kann berechnet werden durch  $J_{\text{esc}} = n(E)/(4u_1)$ , weil die Driftgeschwindigkeit der Teilchen relativ zur Schockfront durch  $u_1/4$  gegeben ist. Der Strom der entweichenden Teilchen ist wegen  $u_1 \ll c$  sehr klein und die meisten Teilchen werden in der Nähe der Schockfront bleiben. Die Entweichwahrscheinlichkeit  $P_{\text{esc}}$  ist definiert als das Verhältnis der Anzahl der Teilchen, welche die Schockfront verlassen zur Anzahl der Teilchen, welche die Schockfront kreuzen:

$$P_{\text{esc}} = \frac{\frac{1}{4}n(E)u_1}{\frac{1}{4}cn(E)} = \frac{u_1}{c} \ll 1. \quad (7.10)$$

Im Laborsystem gilt entsprechend  $P_{\text{esc}} = \bar{v}_s/c$ .

## 7.4 Das Energiespektrum der beschleunigten Teilchen

Wir betrachten ein Teilchen der Energie  $E_0$ , welches die Schockfront kreuzt. Nach einer Kreuzung besitzt das Teilchen die Energie

$$E_1 = E_0(1 + \xi), \quad \xi = \frac{4u_1 - u_2}{3c}, \quad (7.11)$$

nach zweimaligem Kreuzen gilt  $E_2 = E_1(1 + \xi) = E_0(1 + \xi)^2$  und nach  $n$ -maligem Kreuzen  $E_n = E_0\beta^n$  mit  $\beta = (1 + \xi)$ . Für die Anzahl der Teilchen, welche noch da sind nach einem Beschleunigungszyklus lautet  $N_1 = N_0(1 - P_{\text{esc}})$ , nach zwei Zyklen  $N_2 = N_1(1 - P_{\text{esc}}) = N_0(1 - P_{\text{esc}})^2$  und nach  $n$  Zyklen  $N_n = N_0(1 - P_{\text{esc}})^n$ . Daraus ergibt sich

$$\ln\left(\frac{E_n}{E_0}\right) = n \ln \beta, \quad \ln\left(\frac{N_n}{N_0}\right) = n \ln(1 - P_{\text{esc}}), \quad (7.12)$$

und somit

$$\frac{N_n}{N_0} = \left(\frac{E_n}{E_0}\right)^{\ln(1 - P_{\text{esc}})/\ln \beta}. \quad (7.13)$$

$N_n$  ist nun die Anzahl der Teilchen der Energie  $E_n$ , welche noch für den Beschleunigungsprozess zur Verfügung stehen. Es gilt also

$$\boxed{N(> E) = N_0 E^p, \quad p = \frac{\ln(1 - P_{\text{esc}})}{\ln(1 + \xi)}}. \quad (7.14)$$

Die Fermi-Beschleunigung erzeugt also ein Potenzgesetz der Anzahl der Teilchen in Abhängigkeit von der Energie. Mit

$$\xi = \frac{4u_1 - u_2}{3c} = \frac{u_1}{c}, 1, \quad P_{\text{esc}} = \frac{u_1}{c} \ll 1, \quad (7.15)$$

können wir die Logarithmen in eine Reihe entwickeln:

$$p = \frac{\ln(1 - P_{\text{esc}})}{\ln(1 + \xi)} = \frac{-\xi - \xi^2/2 - \xi^3/3 - \dots}{\xi - \xi^2/2 + \xi^3/3 \mp \dots} \approx -\left(1 + \frac{\xi}{2}\right) \left(1 + \frac{\xi}{2}\right) \leq -1. \quad (7.16)$$

Weiterhin

$$N(> E) = \int_E^\infty n(E) dE, \quad \frac{dN(> E)}{dE} = -n(E), \quad (7.17)$$

und somit  $n(E) \approx E^{p-1}$ . Unsere Rechnung hat also gezeigt, dass die Fermibeschleunigung ein Potenzgesetz mit einem Index in der richtigen Größenordnung liefert, um die Quellen beschreiben zu können. Der Index ist unabhängig von Parametern und Details der Schockfront, also davon, ob es sich um eine Supernova oder um einen aktiven galaktischen Kern handelt, welche die Teilchen beschleunigt. (Dies gilt im Grenzfalle  $u_1 \ll c$ .) Bei der Berechnung wurden Rückstoßeffekte der kosmischen Strahlung auf die Schockfront selbst vernachlässigt.

### 7.4.1 Die Energiedichte der kosmischen Strahlung

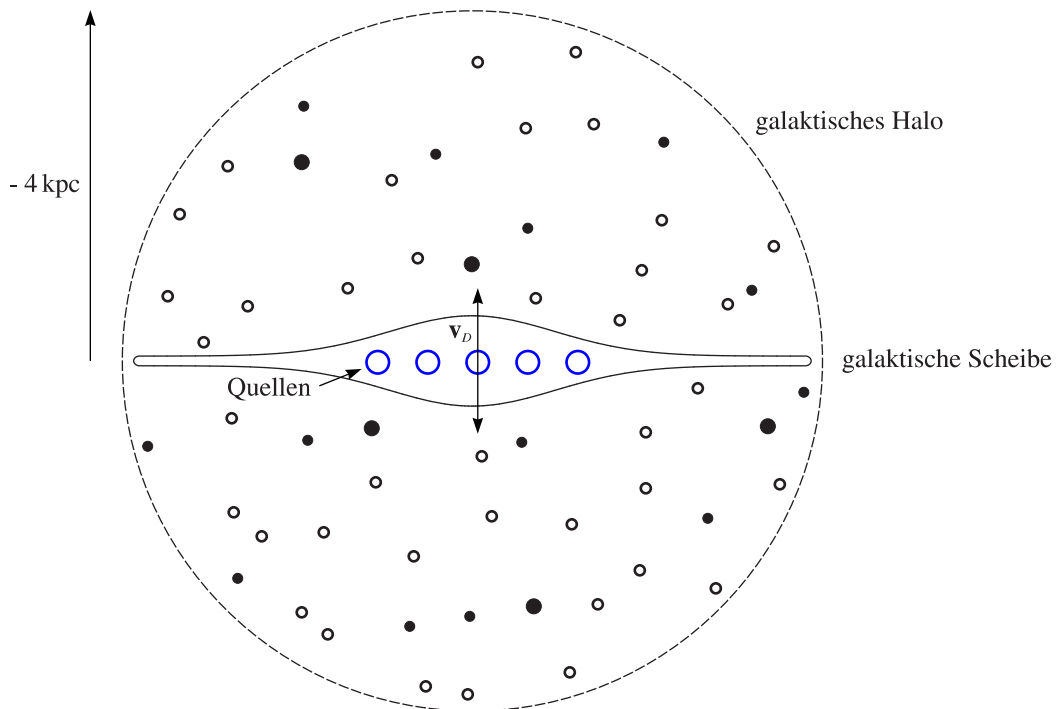
Die Motivation ist die Suche nach Quellen mit hinreichend großer Energieumwandlung.

$$\rho_E = \int_E^{\infty} n(\bar{E}) \bar{E} d\bar{E}. \quad (7.18)$$

Eine realistische Schwelle ist  $E \approx 1 \text{ GeV}$  für kosmische Strahlung. Mit einer Schwelle dieser Größenordnung ergibt sich  $0,3 - 1 \text{ eV/cm}^3$ . Die Energiedichte, welche im galaktischen Magnetfeld gespeichert ist, ist vergleichbar mit der Energiedichte der kosmischen Strahlung. Der Grund ist, dass die Rückkopplung der kosmischen Strahlung auf den Beschleunigungsprozess nicht unbedingt vernachlässigt werden darf. Beispielsweise erzeugen Teilchen, welche durch das Magnetfeld der Galaxie beschleunigt werden, selbst wieder neue Magnetfelder.

### 7.4.2 Die erforderliche Leistung der Quellen

Das Volumen der galaktischen Scheibe ist näherungsweise gegeben durch  $V_{\text{disk}} = D\pi R^2$ . Mit  $D \simeq 300 \text{ pc}$ ,  $R = 15 \text{ kpc}$  (wobei  $1 \text{ pc} = 3 \cdot 10^{18} \text{ cm}$ ) ergibt sich  $V_{\text{disk}} = 5,7 \cdot 10^{66} \text{ cm}^3$ . Um die kosmische Strahlung in der galaktischen Scheibe aufrechtzuerhalten, muss Energie von den Quellen nachgefüttert werden.



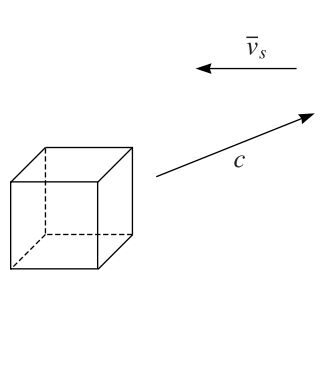
Mit der Entweichzeit  $\tau_{\text{esc}} \simeq 3 \cdot 10^6$  Jahre (folgte aus der durchlaufenen Materiesäule) für die galaktische Scheibe

$$P_Q = \frac{E}{\Delta t} = \frac{\rho_E \cdot V_{\text{disk}}}{\tau_{\text{esc}}} \approx 9,6 \cdot 10^{40} \frac{\text{erg}}{\text{s}}, \quad (7.19)$$

wobei  $1 \text{ erg} = 6,24 \cdot 10^{11} \text{ eV}$ . Wenn wir annehmen, dass Supernova-Explosionen tatsächlich Quellen für die kosmische Strahlung sind, müssen wir die mechanische Leistung von solchen Explosionen und die Anzahl deren Auftretens kennen. Bekannte Explosionen sind:

- $\sim 1680$  (Casseiopeia A, nicht beobachtet)
- 1604 (Kepler)
- 1572 (Tycho)
- 1181 (China)
- 1054 (Krebsnebel)
- 1006 (China und Arabien)

Damit lässt sich abschätzen, dass alle 30 bis 35 Jahre eine Supernova-Explosion in unserer Galaxie stattfindet. Über Dopplerverschiebung (beispielsweise beim Krebsnebel) kann man bestimmen, dass sich die Schockfront einer Supernova mit  $v_s \approx 5000 \text{ km/s}$  in das interstellare Medium nach außen bewegt.



Diese Ejekta werden für eine lange Zeit mit konstanter Geschwindigkeit nach außen fliegen. Die Masse, welche von einer Supernova ausgeworfen wird (Supernova-Überrest), beträgt  $M_{\text{SNR}} = 8 - 10M_{\odot}$ . Die zugehörige kinetische Energie solcher Schockfronten ist

$$E_{\text{kin}} = \frac{1}{2} M_{\text{SNR}} v_s^2, \tag{7.20}$$

und damit

$$P_{\text{SNR}} = \frac{E_{\text{kin}}}{\Delta t} = 4 \cdot 10^{42} \frac{\text{erg}}{\text{s}}, \tag{7.21}$$

wenn wir  $\Delta t = 30$  Jahre annehmen. Die Effizienz für die Beschleunigung beträgt also 2 - 3 %, also müssen 2 bis 3 Prozent der Energie in kosmische Strahlung gesteckt werden. Damit ist die These, dass Supernovae für die Beschleunigung der kosmischen Strahlung verantwortlich ist, durchaus haltbar. Die maximale Energie, auf die ein Teilchen der kosmischen Strahlung durch eine Schockfront beschleunigt werden kann, kann berechnet werden zu (siehe nächstes Semester):

$$E_{\text{max}} = \frac{u_1}{c} Z B u_1 T_{\text{max}}, \tag{7.22}$$

wobei  $T_{\text{max}}$  die Gesamtzeit ist, welche für die Beschleunigung zur Verfügung steht. Die Länge  $L = u_1 T_{\text{max}}$  ist ein Maß für die Größe der Schockfront, bevor diese aufhört zu existieren. Mit  $u_1 \approx 5000 \text{ km/s}$ ,  $T_{\text{max}} \approx 10\,000$  Jahre und  $B \approx 3 - 10 \mu\text{G}$  (für einen Supernova-Überrest) ergibt sich

$$B = \frac{E_{\text{max}} c}{u_1 Z L}. \tag{7.23}$$

Eine doppellogarithmische Auftragung von  $B$  über  $L$  führt zu einer Geraden; diese ist im Hillas-Bild für Quellen realisiert. Aus diesem Schaubild ist ersichtlich, dass aktive galaktische Kerne, Jets aus Radiogalaxien, Neutronensterne, Gammastrahlenausbrüche usw. keine Teilchen bis  $10^{20} \text{ eV}$  beschleunigen können. Bisher ist es eine ungeklärte Frage, woher Teilchen dieser Energie kommen. Eine mögliche Erklärung wäre ein makroskopischer Bereich im Weltall mit sehr hohen Magnetfeldern.



# Literatur

Einige nützliche Bücher zur Astro(teilchen)physik und Kosmologie:

- Peebles: “Principles of Physical Cosmology”
- Harwit: “Astrophysical Concepts”
- Weigert, Wendker und Wisotzki: “Astronomie und Astrophysik”
- Carroll, Ostlie: “An Introduction to Modern Astrophysics”

Vorlesungsfolien gibt es auf: [www-ik.fzk.de/~engel](http://www-ik.fzk.de/~engel)