

HANDOUT ZUM ÜBUNGSBLATT NR.1

Aufgabe 1

a)

- Größe des Wasserstoffatoms: Atomare Größenordnungen liegen im Å-Bereich, wobei $1 \text{ Å} = 10^{-10} \text{ m}$.
- Größe des Atomkerns von Wasserstoff: Die Größe eines Protons (Kern des gewöhnlichen Wasserstoffisotops) liegt bei $R_0 = 1 \text{ fm} = 10^{-15} \text{ m}$, was auch als „ein Fermi“ bezeichnet wird. Die Größe des Atomkerns hängt vom Element ab. Es gilt hierbei $R_K = \sqrt[3]{A}R_0$, wobei A die Anzahl der Nukleonen des Elements ist.
- Masse des H-Atoms:

$$m_H = 1,007 \text{ u} \approx 10^{-27} \text{ kg}. \quad (1)$$

Der Wert liegt nicht genau bei 1 u, weil die atomare Masseneinheit als der zwölfte Teil des Kohlenstoff-Isotops $^{12}_6\text{C}$ definiert ist. Das Proton (von der Masse her etwa das Wasserstoffatoms) ist im gebundenen Zustand (stabiler Zustand!), also im Kohlenstoffkern, jedoch etwas leichter als im ungebundenen Zustand und daher ergibt sich die Differenz.

- Hinter der Größenordnung von 1 mol stecken etwa $N_A = 6,023 \cdot 10^{23}$ Teilchen. Um die Anzahl der Moleküle in einem Liter Wasser zu bestimmen, müssen wir wissen, dass $m_{\text{H}_2\text{O}} = 18 \text{ u}$. Die relative Atommasse in Gramm enthält 1 mol Teilchen. Damit gilt:

$$N = n \cdot N_A = \frac{10^3 \text{ g}}{18 \text{ g}} \cdot 6,023 \cdot 10^{23} \approx 3,346 \cdot 10^{25} \text{ Teilchen}. \quad (2)$$

- Da die Elementarladung bei $e = 1,602 \cdot 10^{-19} \text{ C}$ liegt, macht $1 \text{ A} = 1 \text{ C/s}$ etwa $6,246 \cdot 10^{18}$ Elektronen aus.
- Kondensator:

$$Q = C \cdot U = 10^{-12} \text{ F} \cdot 10 \text{ V} = 10^{-11} \text{ C} \hat{=} 10^{-11} \cdot 6,246 \cdot 10^{18} = 6,246 \cdot 10^7 \text{ Elektronen}. \quad (3)$$

b)

Die Loschmidt-Zahl gibt die Anzahl der Moleküle eines idealen Gases unter Normbedingungen pro Volumeneinheit an:

$$N_L = 2,69 \cdot 10^{25} \frac{1}{\text{m}^3}. \quad (4)$$

Die Loschmidt-Zahl wird jedoch fälschlicherweise auch synonym zur Avogadro-Zahl $N_A = 6,022 \cdot 10^{23}$ verwendet (auch im Schulbuch: „elemente Chemie I“!)

c)

Die Einheit Elektronenvolt (eV) gibt an, welche Energie ein Elektron beim Durchlaufen der Spannung 1 V erhält. Daher gilt $1 \text{ eV} = 1,602 \cdot 10^{-19} \text{ J}$ und damit $1 \text{ MeV} = 1,602 \cdot 10^{-13} \text{ J}$. Zur Berechnung der Geschwindigkeit eines Protons der Energie $E_p = 5 \text{ GeV}$ benötigen wir die relativistische Energiegleichung

$$E_p = \gamma m_p c^2, \quad \gamma = \frac{1}{\sqrt{1 - \beta^2}}, \quad \beta = \frac{v}{c}. \quad (5)$$

Aus der Proton-Ruhemasse $m_p = 938 \text{ MeV}/c^2$ ergibt sich dann mit

$$\beta = \sqrt{\frac{\gamma^2 - 1}{\gamma^2}}, \quad \gamma = \frac{E_p}{m_p c^2}, \quad (6)$$

ein Zahlenwert $\beta \approx 0,98$. Also bewegt sich das Proton dann mit 98% der Lichtgeschwindigkeit. Analog folgt für ein Elektron der Energie $E_e = 1 \text{ MeV}$ eine Geschwindigkeit von 87% der Lichtgeschwindigkeit. Für ein Elektron der kinetischen Energie $E_e = 10 \text{ eV} \ll 511 \text{ keV} = m_e c^2$ können wir nichtrelativistisch rechnen. Aus

$$E_e = \frac{1}{2} m_e v^2, \quad (7)$$

ergibt sich dann $v = 0,0063c \approx 1,89 \cdot 10^6 \text{ m/s}$. Diese Energie ist typisch für die Bindungsenergie der Elektronen im Wasserstoffatom.

Aufgabe 2

Hier macht man am Besten eine Tabelle zur Übersicht:

| Verfahren | Kristall | Licht | Durchführung | Ergebnis |
|----------------|-----------------------|---|-----------------------|--|
| Laue | Einkristall | Röntgenlicht, kontinuierliches Spektrum | fester Einfallswinkel | konstruktive Interferenz für bestimmte Wellenlängen, sichtbare Punkte auf Schirm |
| Bragg | Einkristall | monochromatisches Licht | Drehung des Kristalls | konstruktive Interferenz für bestimmte Netzebenen, sichtbare Punkt auf Schirm |
| Debye-Scherrer | polykristalline Probe | monochromatisches Licht | fester Winkel | jede Netzebene kommt gleichzeitig vor, Interferenzringe auf Schirm |

Aufgabe 3

Wir nutzen die Tatsache aus, dass Helium der Masse $4,003 \text{ g}$ aus $1 \text{ mol} = N_A \approx 6,023 \cdot 10^{23}$ Teilchen besteht. Mittels der Dichte ergibt sich dann das Volumen, welches nur die Atome einnehmen (dichteste Kugelpackung!):

$$V = 0,74 \frac{m_{\text{He}}}{\rho_{\text{He}}} = 0,74 \frac{4,003 \text{ g}}{0,13 \frac{\text{g}}{\text{cm}^3}} \approx 22,79 \text{ cm}^3. \quad (8)$$

Dann folgt mit dem Kugelvolumen $V_K = 4\pi R^3/3$:

$$R_{\text{He}} = \sqrt[3]{\frac{3}{4\pi} \frac{V}{N_A}} \approx \boxed{2,083 \cdot 10^{-10} \text{ m}}. \quad (9)$$

Aufgabe 4

Die optische Auflösung kann mittels

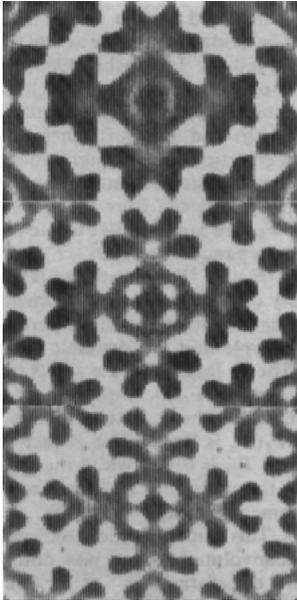
$$d = \frac{\lambda}{n \sin \alpha}, \quad (10)$$

berechnet werden, wobei n der Brechungsindex der Umgebung (also zwischen Linse und Probe) und α der Öffnungswinkel ist, unter dem das Licht maximal auf die Linse einfallen kann. Da jedoch keine genauen Werte für n und α angegeben sind, begnügen wir uns mit der Näherung, dass das Auflösungsvermögen d etwa der Wellenlänge der verwendeten elektromagnetischen Wellen entspricht. Dann gilt (prinzipiell ist es einfach die Tabelle aus Haken-Wolf auf Seite 21):

| Elektromagnetische Welle/Teilchen | d (theoretisch) | d (praktisch) | Gründe |
|--------------------------------------|-----------------------------|----------------------------|--|
| Sichtbares Licht | ca. 5000 \AA | ca. 5000 \AA | |
| Röntgenlicht | ca. 500 \AA | ca. 500 \AA | beschränkt wegen $n = 1$ für hohe Frequenzen |
| Elektronen ($100\,000 \text{ eV}$) | $\approx 0,037 \text{ \AA}$ | $\approx 0,04 \text{ \AA}$ | elektrische/magnetische Felder als Linsen verwendet, Linsenfehler! |

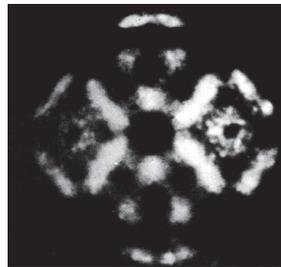
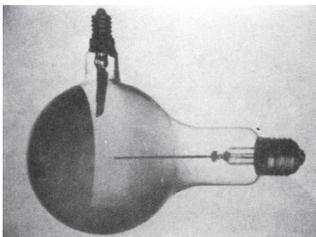
Zur Beobachtung von Kernen würde man Strahlung der Wellenlänge $\lambda = 1 \text{ fm}$ benötigen. Aus $c = \lambda\nu$ ergibt sich dann eine Frequenz von $3 \cdot 10^{23} \text{ Hz}$; man bräuchte als sehr hochenergetische Strahlung. Strahlung dieser Energie wird an heutigen Beschleunigern problemlos erzeugt, wodurch sich schon lange die Kernstruktur und sogar die Struktur der Teilchen untersuchen lassen, aus denen sich Kerne zusammensetzen.

Aufgabe 5

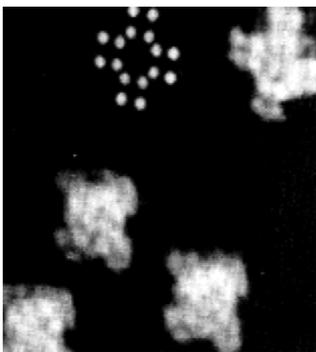


Aufgenommen ist hier die Struktur von Hexadeka-Chlor-Kupfer-Phthalocyanin $\text{C}_{32}\text{N}_8\text{Cl}_{16}\text{Cu}$ mittels eines Elektronenmikroskops, das Elektronen der Energie 500 keV erzeugt, wobei eine hochauflösende Technik verwendet wurde. Das erste Bild zeigt die Intensitätsverteilung direkt durch die Messung. Das zweite Bild ergibt sich aus dem ersten durch eine spezielle Methodik der Weiterverarbeitung. Das dritte Bild zeigt die theoretisch berechnete Struktur.

Für die experimentelle Bestimmung der atomaren Struktur benötigt man allein die gemessene Intensität und die chemische Zusammensetzung der kristallinen Probe. Unter anderem braucht man zur Umrechnung der gemessenen Intensitätsverteilung in den strukturellen Aufbau des Kristalls die Kenntnis darüber, wie Elektronen an bestimmten Atomen streuen (Streufaktoren); diese sind jedoch bekannt. Die Bilder stammen aus dem Artikel „Image Deconvolution of a Single High-Resolution Electron Micrograph“ von L. Yi-Wei, X. Shi-Bin, F. Hai-Fu, T. Dong, L. Fang-Hua, P. Qing, N. Uyeda, Y. Fujiyoshi aus der Zeitschrift *Acta Cryst.* **A46** (1990), 459-463.



Aufnahme einer mit Bariumatomen besetzten Spitze eines Wolframdrahtes mittels Feldemission. Die Aufnahme wurde mittels einer evakuierten modifizierten Glühlampe ($\sim 10^8 \text{ mbar}$) durchgeführt. An der Spitze befindet sich die Anode, eine Drahtwendel mit Blech, welche mit metallischem Barium gefüllt ist. Der Wolframdraht stellt die Kathode dar, an der eine negative Spannung von mehreren Tausend Volt anliegt. Aufgrund dieser Spannung werden Elektronen aus der Spitze des Wolframdrahts ausgelöst, im elektrischen Feld beschleunigt und erzeugen auf dem mit Phosphor überzogenen Leuchtschirm eine $500\,000$ -fache Vergrößerung der Kathodenoberfläche. Da die Feldemission von der Struktur der Oberfläche abhängt, wird eine Abbildung derselben mittels dieser Technik möglich. Die Bilder sind dem Artikel „Feldelektronenmikroskopie von Barium-Adatomen an Wolframspitzen“ von R. Schwankner (*PdN-Ch.* 10/84) entnommen.



Mittels der Rastertunnelmikroskopie erstellte Aufnahme von Kupfer-Phthalocyanin-Molekülen auf einer Kupfer-Oberfläche (zusätzlich mit einer theoretisch berechneten Ladungsdichte). Das Mikroskop tastet die Oberfläche mittels einer elektrisch leitenden Nadel ab, an der eine Spannung anliegt. Diese Art der Mikroskopie nutzt den quantenmechanischen Tunneleffekt, bei dem Elektronen durch die Potentialwällen der Atome der Oberfläche tunneln, auf die Nadel gelangen und dort als sogenannter Tunnelstrom nachgewiesen werden können. Der Tunnelstrom hängt dabei von der Oberflächenbeschaffenheit ab, womit die atomare Struktur der Oberfläche abgebildet werden kann. Das Bild stammt aus dem Artikel „High-Resolution Imaging of Copper-Phthalocyanine by Scanning-Tunneling Microscopy“ von P. H. Lippel, R. J. Wilson, M. D. Miller, Ch. Wöll und S. Chiang in der Zeitschrift *Rhys. Rev. Lett* **62** (1989) 171.