

HANDOUT ZUM ÜBUNGSBLATT NR.11

Aufgabe 1

- Die metallischen Eigenschaften eines Elements nehmen zu, wenn die Ionisierungsenergie des entsprechenden Atoms abnimmt. Dann können äußere Elektronen leichter abgelöst werden.
 - Elektronenabgabe entweder an andere Atome (wie beispielsweise Cl), so dass sich Ionenbindungen ausbilden (beispielsweise in NaCl).
 - Bei einem reinen Metall bildet sich ein Elektronengas, über das alle Atomrümpfe miteinander gebunden sind.
- Die letztere Tatsache führt zu den typischen Charakteristiken eines Metalls:
 - Biegsamkeit, gut zu bearbeitende Werkstoffe
 - Oberflächenglanz, Reflexion von sichtbarem Licht durch freie Elektronen
 - sehr gute elektrische Leitfähigkeit und Wärmeleitfähigkeit
 - breite Absorptionsbereiche
- Typische Metalle: $W_{\text{ion}} < 8 \text{ eV}$, typische Nichtmetalle: $W_{\text{ion}} > 10 \text{ eV}$, typische Eigenschaften von Nichtmetallen:
 - Sprödigkeit (zum Beispiel Salze)
 - schmale Absorptionsbereiche
 - schlechte elektrische Leitfähigkeit und Wärmeleitfähigkeit
- Anzahl von Metallen nimmt von oben nach unten im Periodensystem zu.
- Innere Elektronen reduzieren die Kernladung zu Z_{eff} ; es gilt dann $W_{\text{ion}} = W_{\text{H}} Z_{\text{eff}}^2 / n^2$. Um dies zu verstehen, ist das Bohr-Sommerfeld-Modell hilfreich. Jedes innere Elektron schirmt umso mehr Kernladung für ein äußeres Elektron ab, je enger die Bahn des inneren Elektrons dem Kern und je weniger eng die Bahn des äußeren Elektrons dem Kern kommt.
- p- ($l = 1$) und d-Elektronen ($l = 2$) haben nach Bohr-Sommerfeld langgestreckte Bahnen und halten sich eher fern vom Kern auf. Dahingegen besitzen s-Elektronen ($l = 0$) Kreisbahnen und schirmen nahezu eine vollständige Kernladung für äußere Elektronen ab.
- Z_{eff} nimmt weniger schnell zu als n , so dass W_{ion} abnimmt. Dies führt dazu, dass bei der Auffüllung der d-Schale alle Elemente Metalle bleiben. Solche Elektronen sind locker gebunden. Dies gilt noch mehr für die f-Schale.
- W_{ion} sinkt stark, wenn eine neue Schale angelegt wird (Alkalimetalle).
- W_{ion} ist kurz vor oder beim Abschluss einer Schale am größten (Edelgase).
- Bestimmung von Atomabständen in Festkörpern durch Röntgenbeugung und für isolierte Atome durch das van-der-Waals-Kovolumen.
- Der Bohr-Radius $R_B = R_{\text{H}} n^2 / Z_{\text{eff}}$ liefert keine gute Abschätzung für den Atomradius. Entweder reichen die quantenmechanischen Elektronenwolken über den Bohr-Radius hinaus (Edelgase) oder die Atome sind durch Bindungen näher beieinander (wie beispielsweise in Metallen).
- Elektronen benachbarter Atome von Übergangsmetallen in Mitte oder hinter der Mitte der d-Schalen-Auffüllung sind stark gekoppelt.
 - spontane Ausrichtung der Elektronenspins: Ferromagnetismus bei Fe, Ni, Co
 - hohe Schmelz- und Siedetemperatur bei W, Ta, Ra, Hf
 - große Dichte und kleiner Atomradius bei Os, Ir, Pt

Aufgabe 2

a)

Die Energieniveaus sind für Abschirmkonstante $\sigma = 1$ gegeben durch

$$E = -R_y hc (Z - 1)^2 \frac{1}{n^2}. \quad (1)$$

Die K-Schale entspricht $n = 1$ und somit erhalten wir:

$$E = -13,61 \cdot (74 - 1)^2 \approx 72,50 \cdot 10^3 \text{ eV}. \quad (2)$$

b)

Da das experimentell bestimmte Energieniveau für $n = 1$ bei $E = -69,5 \cdot 10^3 \text{ eV}$ liegt, können wir die wirkliche Abschirmkonstante bestimmen:

$$E = -R_y hc (Z - \sigma)^2 \frac{1}{n^2} \Rightarrow (Z - \sigma)^2 = -\frac{E}{R_y hc} n^2 \Rightarrow |Z - \sigma| = \sqrt{-\frac{E}{R_y hc} n^2}, \quad (3)$$

$$\Rightarrow \sigma_{\pm} = Z \pm \sqrt{-\frac{E}{R_y hc} n^2}. \quad (4)$$

Einsetzen der Zahlenwerte liefert $\sigma_+ \approx 145,47$ und $\sigma_- \approx 2,53$. Die erste Lösung σ_+ ist unphysikalisch, da sie Energien $E > 0$ liefert. Damit ist die korrekte Abschirmkonstante $\sigma \approx 2,53$.

Aufgabe 3

a)

Die entsprechenden Energien sind gegeben durch:

$$E_1 = \frac{hc}{\lambda} = \frac{6,626 \cdot 10^{-34} \text{ Js} \cdot 3 \cdot 10^8 \frac{\text{m}}{\text{s}}}{766,41 \cdot 10^{-9} \text{ m}} \frac{\text{eV}}{1,602 \cdot 10^{-9} \text{ J}} \approx 1,619 \text{ eV}, \quad (5a)$$

$$E_2 = \frac{hc}{\lambda} = \frac{6,626 \cdot 10^{-34} \text{ Js} \cdot 3 \cdot 10^8 \frac{\text{m}}{\text{s}}}{769,90 \cdot 10^{-9} \text{ m}} \frac{\text{eV}}{1,602 \cdot 10^{-9} \text{ J}} \approx 1,612 \text{ eV}. \quad (5b)$$

b)

Die Energiedifferenz zwischen den Niveaus $4P_{3/2}$ und $4P_{1/2}$ lautet damit

$$\Delta E = E_1 - E_2 \approx 7,34 \cdot 10^{-3} \text{ eV}. \quad (6)$$

c)

Es handelt sich dabei um die Feinstrukturaufspaltung. Die Energieverschiebung der Hyperfeinstruktur kann wie folgt berechnet werden. Das Magnetfeld am Ort des Elektrons lautet

$$\mathbf{B}_l = \frac{Ze\mu_0}{4\pi r^3 m} \mathbf{1}, \quad (7)$$

und damit ergibt sich (mit der Thomas-Korrektur, die einen zusätzlichen Faktor $1/2$ liefert):

$$\begin{aligned} \langle \Delta E \rangle &= -\langle \boldsymbol{\mu}_s \cdot \mathbf{B}_l \rangle = g_s \frac{\mu_B}{\hbar} \langle \mathbf{s} \cdot \mathbf{B}_l \rangle = g_s \frac{Ze^2 \mu_0}{16\pi m^2 r^3} \langle \mathbf{s} \cdot \mathbf{1} \rangle = \frac{a}{\hbar^2} \langle \mathbf{s} \cdot \mathbf{1} \rangle = \\ &= \frac{a}{2} (j(j+1) - l(l+1) - s(s+1)), \quad a = g_s \frac{Ze^2 \mu_0 \hbar^2}{16\pi r^3 m^2}. \end{aligned} \quad (8)$$

Die Aufspaltung ist dann

$$\Delta \langle \Delta E \rangle = \frac{a}{2} \left\{ \frac{3}{2} \cdot \frac{5}{2} - 1 \cdot 2 - \frac{1}{2} \cdot \frac{3}{2} - \left(\frac{1}{2} \cdot \frac{3}{2} - 1 \cdot 2 - \frac{1}{2} \cdot \frac{3}{2} \right) \right\} = \frac{3}{2} a. \quad (9)$$

Somit erhalten wir (mit $l = 1$):

$$\langle |\mathbf{B}| \rangle = \frac{2a}{\hbar^2} \frac{1}{g_s \frac{\mu_B}{\hbar}} \langle |l| \rangle = \frac{4}{3} \frac{\Delta E}{g_s \mu_B} \sqrt{l(l+1)} \approx 102,32 \text{ T}. \quad (10)$$

Prinzipiell kann man B auch direkt berechnen:

$$\langle |\mathbf{B}| \rangle = \frac{\mu_0 e}{4\pi m} \left\langle \frac{|\mathbf{l}|}{r^3} \right\rangle \approx \frac{\mu_0 e}{4\pi m} \frac{\langle |l| \rangle}{\langle r^3 \rangle} \approx \frac{\mu_0 e}{4\pi m} \frac{\hbar \sqrt{l(l+1)}}{a_0} \approx 17,6 \text{ T}. \quad (11)$$

Bei dieser Abschätzung wurden einige grobe Näherungen verwendet und zwar:

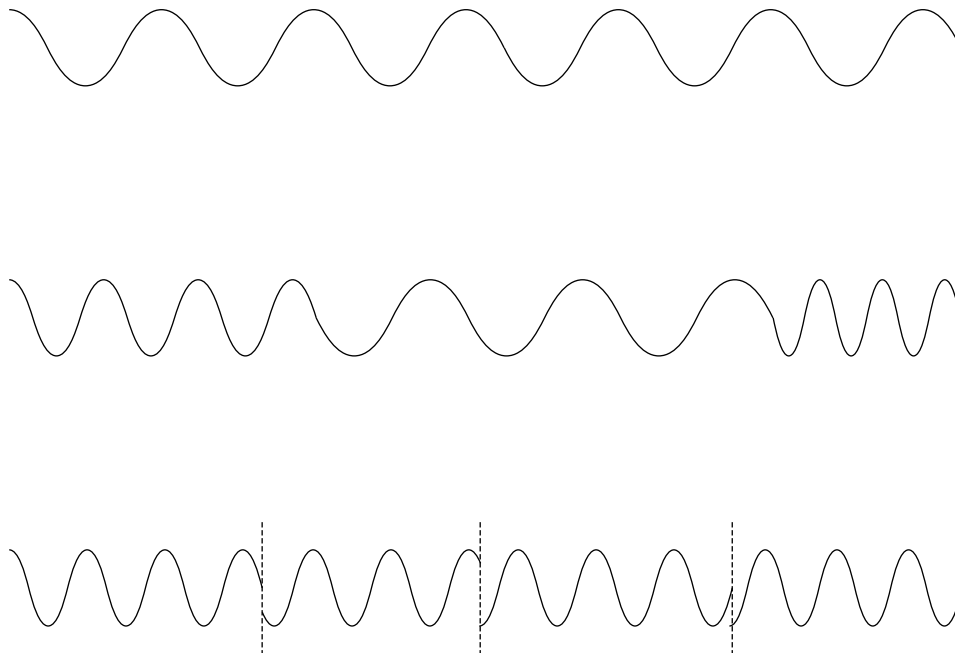
- Korrelationen nicht berücksichtigt: $\langle ab \rangle \neq \langle a \rangle \langle b \rangle$, $\langle 1/r^3 \rangle \neq 1/\langle r^3 \rangle$
- Annahme von $\langle r \rangle = a_0$

Diese grobe Abschätzung weicht um einen Faktor 5 vom zuvor bestimmten Magnetfeld ab. Dies liegt an den Näherungen, die wir gemacht haben.

Aufgabe 4

Laserlicht hat die folgenden Eigenschaften:

- hohe Intensität, gute Fokussierung des Strahls möglich
- bei kontinuierlichen Lasern: in sehr guter Näherung monochromatisches Licht, also kleine spektrale Breite: $\Delta\lambda/\lambda \ll 1$
- hohe zeitliche Kohärenz, sehr lange kohärente Wellenzüge von der Gestalt (1), bei normalen Glühlampen nur inkohärente Wellenzüge (2), (3)



Die sehr guten Kohärenzeigenschaften, die wichtig sind zur Erzeugung von Interferenzphänomenen, gehen auf die Tatsache zurück, dass bei einem induzierten Emissionsprozess Atome mit einer festen Anregungsenergie gleichphasig emittieren.